

灰色关联分析在铸造型砂品质评价中的应用

武汉理工大学机电工程学院 (湖北 430070) 舒服华

【摘要】 介绍了灰色关联度分析的基本原理, 提出了铸造型砂性能评价的灰色关联分析模型。实例分析证明, 灰色关联度分析理论评价型砂性能使评价结果更加科学合理。

型砂是铸造生产中的重要辅助材料, 它的品质直接影响铸件的质量和生产效率。型砂性能不佳是造成铸件缺陷的主要因素之一, 因此, 只有确切了解和掌握型砂的性能, 严格选择和使用性能良好的型砂, 才能满足生产的需要。决定型砂性能的指标较多, 且多数指标具有随机性和模糊性, 此外还具有灰色性——信息的不完全性和非确知性。传统上对型砂性能分析评价, 只局限于定性的描述, 而缺乏严密的定量分析。这样, 单凭经验和主观意愿很难得到科学客观的结果。灰色系统理论主要研究系统模型不明确、行为信息不完全, 以及运行机制不清楚等系统的建模、预测、决策和控制问题。用灰色理论来处理非确定性量, 能更加逼近真实地描述客观事物的运用规律。本文采用灰色系统关联度评价法对型砂性能进行评价, 取得了比较理想的效果。

1. 灰色关联度模型基本原理

灰色关联度分析实质上是通过对比较数据序列的曲线几何形状的接近程度来判断其联系的紧密程度。一般来说, 几何形状越接近, 变化趋势也就越接近, 关联度就越大; 反之就越小。灰色关联度评价方法是通过计算关联因素变量的数据序列 (即评价数列) 和系统特征变量数据序列 (即比较数列) 的灰色关联度, 进行优势分析, 得出评价结果。

设 $x_0 = \{x_0(k) | k = 1, 2, \dots, n\}$ 为评价数列; $x_i = \{x_i(k) | k = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m\}$ 为比较数列, 则 $x_i(k)$ 与 $x_0(k)$ 灰色关联系数为:

$$\xi_{0i}(k) = \frac{\min_i \min_k \Delta_i(k) + \rho \max_i \max_k \Delta_i(k)}{\Delta_i(k) + \rho \max_i \max_k \Delta_i(k)} \quad (1)$$

式 (1) 中, $\Delta_i(k) = |x_0(k) - x_i(k)|$; $\min_i \min_k \Delta_i(k)$ 为两极最小差; $\max_i \max_k \Delta_i(k)$ 为两极最大差; ρ 为分辨系

数, $\rho \in [0, 1]$, 因此 ρ 值越小, 分辨力越大, 一般取 $\rho = 0.5$ 。

灰色关联度为:

$$r_{0i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_{0i}(k) \quad (2)$$

全体灰色关联度 r_{0i} 值构成总关联度 $R = (r_{01}, r_{02}, \dots, r_{0m})$ 。总关联度中, 哪个灰色关联度最大, 就说明评价数列与哪个比较数列越接近。

由于评判指标相互间通常具有不同的量纲和量级, 因此不能直接进行比较。为使它们具有可比性, 需对原始数据进行无量纲化处理。处理方法较多, 并有各自的优点和不足, 且不同的处理方法对评价结果会产生不同影响。为了将比较对象有效区分开, 本文采用中心法进行数据无量纲化处理, 它能使分析对象之间的差异体现得最大, 从而提高评判的分辨效果。具体如下:

$$x'_i(k) = \frac{x_i(k) - \bar{x}_i(k)}{\sigma_{x_i}(k)} \quad (3)$$

$$\bar{x}_i(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i(k) \quad (4)$$

$$\sigma_{x_i}(k) = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m [x_i(k) - \bar{x}_i(k)]^2} \quad (5)$$

式 (3) 中, $x_i(k)$ 为原始数据; $x'_i(k)$ 为无量纲化数据; $\bar{x}_i(k)$ 为 $x_i(k)$ 的平均值; $\sigma_{x_i}(k)$ 为 $x_i(k)$ 的标准差。

2. 铸造型砂性能灰色关联评价

以某厂 Z148E 造型生产线为研究对象, 对其型砂进行跟踪取样, 以含水率、湿压强度、紧实率和透气率作为型砂性能评价指标, 对采集的 5 种砂样品质进行评价。具体数据见表 1。

表 1 砂样性能检测数据

性能指标	砂样 1	砂样 2	砂样 3	砂样 4	砂样 5
含水率 (%)	4.49	4.2	4.91	4.49	3.91
湿压强度/MPa	0.09	0.086	0.092	0.075	0.084
紧实率 (%)	45	47	44	48	46
透气性 (%)	84	89	95	84	94

机器造型对型砂性能的要求：含水率为 3% ~ 5%，湿压强度 0.07 ~ 0.10MPa，紧实率 44% ~ 52%，透气率 80% ~ 100%。型砂最佳的性能指标：含水率为 4.0%，湿压强度 0.085MPa，紧实率 48%，透气率 95%。通过对 5 种砂样的性能与最佳性能进行灰色关联度分析比较，可以对每种型砂性能作出评价。

灰色关联度分析评价型砂性能的实质是以最优型砂样本指标为评价数列，以待评型砂样本指标为比较数列，计算各比较样本与评价样本的关联度，根据关联度的大小确定各待评型砂样本的优劣。

比较数列为： $x_i(k) = \{x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4}\}$

x_{ik} 表示第 i 个比较型砂的第 k 个评价指标值。 $i = 1, 2, \dots, 5$ 分别表示 5 种待评型砂； $k = 1, 2, 3, 4$ 分别表示型砂性能评价指标含水率、湿压强度、紧实率和透气率。

评价数列为： $x_0(k) = \{x_{01}, x_{02}, x_{03}, x_{04}\}$

x_{0k} 表示最佳的型砂的第 k 个评价性能指标值。 $k = 1, 2, 3, 4$ 。根据评价样本和比较样本得到的原始数据见表 2。

表 2 原始数据系列

k	1	2	3	4
$x_0(k)$	4.00	0.085	48	95
$x_1(k)$	4.49	0.09	45	84
$x_2(k)$	4.20	0.086	47	89
$x_3(k)$	4.91	0.092	44	95
$x_4(k)$	4.49	0.075	48	84
$x_5(k)$	3.91	0.084	46	94
$\bar{x}_i(k)$	4.333	0.085	46.33	90.05
$\sigma_i(k)$	0.374	0.007	1.634	5.61

按式 (3) ~ (5) 对原始数据作无量纲化处理的结果见表 3。计算各比较数列与评价数列的差结果见表 4。两极最小差为 $\min_i \min_k \Delta_i(k) = 0$ ，两极最大差为 $\max_i \max_k \Delta_i(k) = 2.454$ 。取 $\rho = 0.5$ ，按式 (1) 计算比

较样本的关联系数，结果见表 5。

表 3 无量纲化数据系列

k	1	2	3	4
$x_0(k)$	-0.89	0	1.028	0.802
$x_1(k)$	0.42	0.714	-0.816	-1.078
$x_2(k)$	-0.356	0.143	0.408	-0.267
$x_3(k)$	1.54	0.985	-1.426	0.802
$x_4(k)$	0.42	-1.43	1.028	-1.159
$x_5(k)$	-1.158	-0.143	-0.202	0.624

表 4 数据绝对差系列

k	1	2	3	4
$ x_1(k) - x_0(k) $	1.31	0.714	1.844	1.88
$ x_2(k) - x_0(k) $	0.534	0.143	0.62	1.069
$ x_3(k) - x_0(k) $	2.43	0.985	2.454	0
$ x_4(k) - x_0(k) $	1.31	1.43	0	1.961
$ x_5(k) - x_0(k) $	0.268	0.143	1.23	0.178

表 5 关联系数系列

k	1	2	3	4
$\xi_{01}(k)$	0.484	0.632	0.399	0.395
$\xi_{02}(k)$	0.697	0.896	0.664	0.534
$\xi_{03}(k)$	0.336	0.555	0.333	1
$\xi_{04}(k)$	0.484	0.462	1	0.385
$\xi_{05}(k)$	0.821	0.896	0.498	0.873

按式 (1) 计算比较样本的关联度为：

$$r_{01} = 0.4775, r_{02} = 0.6978, r_{03} = 0.556, r_{04} = 0.5828, r_{05} = 0.772。$$

由于 $r_{05} > r_{02} > r_{04} > r_{03} > r_{01}$ ，所以 5 种型砂性能优劣的排序为：5，2，4，3，1。

3. 结语

型砂性能评价涉及到许多模糊性、随机性的因素，灰色关联度评价法能够处理系统中的部分确定和不确定信息，为型砂性能评价提供了新的途径。它能定量地处理评价中的灰色因素，所有评价指标有效数据对评价结果均产生影响，评价过程没有丢失信息的现象，评价结果直观、可靠，弥补了传统评判法的不足。

本文采用灰色关联度分析法对多种铸造型砂综合性能进行评价，并利用中心法对原始数据进行无量纲化处理，提高了评判的辨识效果，使型砂性能的评价结果更科学、合理。

(20061025)