

基于 Workbeach 圆柱面过盈配合 接触应力有限元分析

新兴重工湖北三六一一机械有限公司 (湖北襄阳 441002) 徐长成 张 瑜 徐艾青

1. 分析模型

经典的轴毂过盈连接分析模型如图 1 所示。图 1 中 u_1 , u_2 分别为轴和轮毂的径向位移, δ 为两者的过盈量。轴毂采用相同的材料 50JHJ 钢, 其弹性模量 $E = 207 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu = 0.276$, 屈服应力 $\sigma_b = 375 \text{ MPa}$ 。

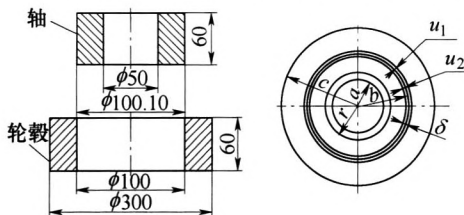


图 1 轴毂过盈联接模型

2. 理论计算

考虑到过盈量相对轴毂径向尺寸而言相当小, 故轴毂的变形协调条件可写为

$$u_2|_{r=b} - u_1|_{r=b} = \delta \quad (1)$$

配合长度和径向尺寸在同一数量级上, 用平面应力问题来求解, 根据弹性力学理论

$$u_1 = \frac{1}{E(b^2 - a^2)} \left[- (1 - \mu)pb^2r - \frac{(1 + \mu)pa^2b^2}{r} \right] \quad (2)$$

$$u_2 = \frac{1}{E(c^2 - b^2)} \left[(1 - \mu)pb^2r + \frac{(1 + \mu)pb^2c^2}{r} \right] \quad (3)$$

由式 (1) ~ (3) 可求出 $r = b$ 处, 接触面压力

$$p = \frac{E\delta(c^2 - b^2)(b^2 - a^2)}{2b^3(c^2 - a^2)}$$

轴、毂的径向应力和周向应力分别为:

轴处: $r \in [a, b]$

$$\sigma_r = - \frac{pb^2(1 - a^2/r^2)}{b^2 - a^2} \quad (4)$$

$$\sigma_\theta = - \frac{pb^2(a^2/r^2 + 1)}{b^2 - a^2} \quad (5)$$

毂处: $r \in [b, c]$

$$\sigma_r = - \frac{pb^2(c^2/r^2 - 1)}{c^2 - b^2} \quad (6)$$

$$\sigma_\theta = - \frac{pb^2(c^2/r^2 + 1)}{c^2 - b^2} \quad (7)$$

由式 (4) ~ (7) 可见, 对空心轴 $a \leq r \leq b$, 所以, 轴的 $\sigma_r \leq 0$, $\sigma_\theta \leq 0$, r 越大, $|\sigma_r|$ 越大, $|\sigma_\theta|$ 越小。

$$r = a \text{ 时, } |\sigma_r| = |\sigma_r|_{\min} = 0, |\sigma_\theta| = |\sigma_\theta|_{\max} = \frac{2pb^2}{b^2 - a^2}$$

$$r = b \text{ 时, } |\sigma_r| = |\sigma_r|_{\max} = p, |\sigma_\theta| = |\sigma_\theta|_{\min} = \frac{p(b^2 + a^2)}{b^2 - a^2}$$

对轮毂 $b \leq r \leq c$, 所以, 轴的 $\sigma_r \leq 0$, $\sigma_\theta > 0$, r 越大, $|\sigma_r|$ 越小, $|\sigma_\theta|$ 越小。

$$r = b \text{ 时, } |\sigma_r| = |\sigma_r|_{\max} = p, |\sigma_\theta| = |\sigma_\theta|_{\max} = \frac{p(c^2 + b^2)}{c^2 - b^2}$$

$$r = c \text{ 时, } |\sigma_r| = |\sigma_r|_{\min} = 0, |\sigma_\theta| = |\sigma_\theta|_{\min} = \frac{2pb^2}{c^2 - b^2}$$

由式 (4) 和 (5), 当 $a \rightarrow 0$, 可得实心轴的径向应力与周向应力相等, $\sigma_r = \sigma_\theta = -p$ 。

弹性力学理论认为影响零件强度和寿命的是等效应力, 等效应力 Mises Von 应力为

$$\sigma_{SV} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (8)$$

对于轴对称的过盈配合问题, $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = \sigma_r$, 对于实心轴 $\sigma_{SV} = p$; 毂的最大 Mises Von 应力发生在内壁, 即 $r = b$ 时, $|\sigma_r| = |\sigma_r|_{\max} = p$,

$$|\sigma_\theta| = |\sigma_\theta|_{\min} = \frac{p(b^2 + a^2)}{b^2 - a^2}, \sigma_{SV} = \sigma_{SV_{\max}}$$

根据弹性力学计算出的轴毂配合结果（过盈量 $\delta = 0.05\text{ mm}$ ，轮毂内径 $b = 100\text{ mm}$ ）如表 1 所示。

表 1

轮毂外径 c/mm	毂 $ \sigma_r _{\max}/\text{MPa}$	毂 $ \sigma_\theta _{\max}/\text{MPa}$	毂 $\sigma_{S_{\max}}/\text{MPa}$
300	92.0	115.0	179.64

3. Workbench 计算

Workbench 对于过盈配合模拟，主要有两种方式：通过初始几何过盈来实现和通过 Connection 接触 offset 选项实现。下面以图 1 几何模型为例分别对两种方式进行简要介绍（轴 $a = 0$ ， $b = 100\text{ mm}$ ， $h = 60\text{ mm}$ ）。

方案一：初始几何过盈实现（过盈量 $\delta = 0.05\text{ mm}$ ），如图 2 ~ 图 5 所示。

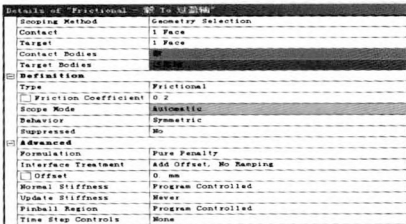


图 2 接触方式

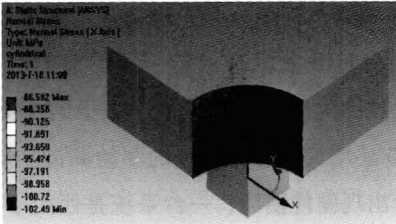


图 3 柱坐标系接触面法向应力

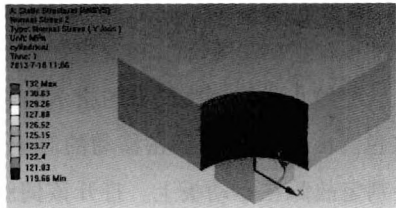


图 4 接触面切向应力

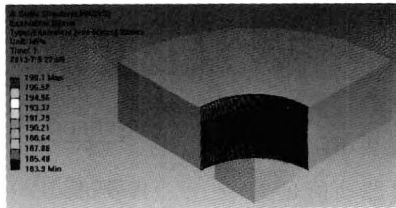


图 5 接触面等效应力

方案二：Offset 选项实现，如图 6 ~ 图 9 所示。
理论计算与 Workbench 计算结果对比如表 2 所示。

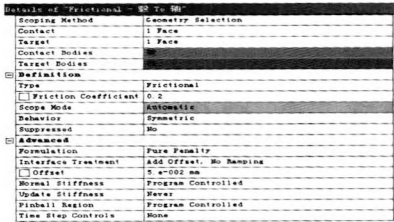


图 6 接触方式

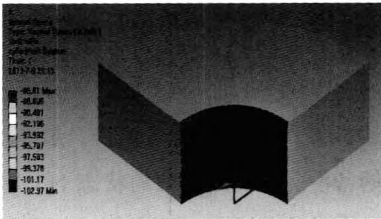


图 7 柱坐标系接触面法向应力

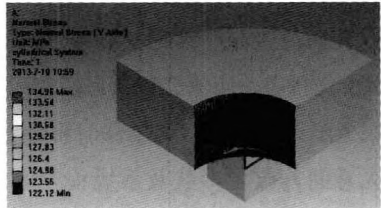


图 8 接触面切向应力

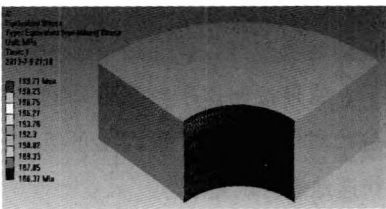


图 9 接触面等效应力

表 2

应力	对比	方案一		方案二	
		理论值	相对值	理论值	相对值
毂 $ \sigma_r _{\max}/\text{MPa}$		102.49	92	102.97	92
毂 $ \sigma_\theta _{\max}/\text{MPa}$		132	115	134.96	115
毂 $\sigma_{S_{\max}}/\text{MPa}$		198.1	179.64	199.71	179.64

4. 结语

由表 2 可知：方案一与方案二计算结果基本相同，与理论计算相差在 10% 左右，且最大值均发生在接触面边缘；理论计算只是将圆柱面接触问题简化为平面应力问题，未考虑过盈配合接触边缘应力集中效应，因此比有限元计算值偏小。

图 1 所示模型，接触应力在材料弹性变形范围内，如果接触应力大于材料屈服应力，则需考虑材料塑性变形。**MW**

（收稿日期：20131219）