

基于Lyapunov函数的SRM直接转矩控制

在分析开关磁阻电动机（SRM）直接转矩控制（DTC）的非线性建模基础上，给出了一种基于李雅普诺夫（Lyapunov）函数的直接转矩控制算法，并判定其转矩控制器的稳定性。构建了以DSP为核心的实验平台，并进行了该控制算法的实验验证。结果表明，采用基于Lyapunov函数的直接转矩控制策略可以改善SRM的动态性能。

孙文兵 王从庆/中国矿业大学信息与电气工程学院
沈 恂/哈尔滨理工大学自动化学院



孙文兵/硕士研究生

开关磁阻电动机（SRM）是一种结构简单、效率高且成本低廉的新型电动机^[1]，由于其双凸极构造和磁链的饱和特性，运行时将产生很大的转矩脉动，从而导致噪声增大^[2]。而开关磁阻电动机的非线性特性与转矩、相电流和转子位置间的复杂关系^[3]，很难找到一个有效准确的转矩到电流的解析表达式。

直接转矩控制克服了转矩给定转换为等效电流的复杂性。本文采用一种基于Lyapunov函数的直接转矩控制器，这种控制器更多地关注在与转矩准确控制相关的磁链非线性特性上，并且能够随着转矩给定的变化而变化，转矩误差快速收敛。该算法可以有效地抑制转矩脉动，提高电动机性能。

关键词/Keywords

开关磁阻电动机 ·
Lyapunov函数 ·
直接转矩控制 ·

基于Lyapunov函数的转矩控制器

1. SRM直接转矩控制的非线性建模

建立准确的转矩模型是系统控制稳定性的基础，在直接转矩控制系统中，转矩为控制输出，相电压为控制输入。转矩 $T(i, \theta)$ 和磁链 $\Psi(i, \theta)$ 均为相电流和转子位置的非线性函数，其一阶导数表达式分别为

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (1)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

由 $\frac{d\Psi}{dt} = u - iR$ ，则

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & \left(\frac{\partial T}{\partial i} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial i} \right)^{-1} (-iR - \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}) + \\ & \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} + \left(\frac{\partial T}{\partial i} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial i} \right)^{-1} u \end{aligned} \quad (3)$$

将式（3）改为非线性状态方程的形式，即

$$\dot{T} = f(T) + b(T)u \quad (4)$$

式中， T 为状态变量； u 为系统的输入。

$$\begin{aligned} f(T) = & \left(\frac{\partial T}{\partial i} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial i} \right)^{-1} (-iR - \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}) + \frac{\partial T}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \\ b(T) = & \left(\frac{\partial T}{\partial i} \right) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial i} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (5)$$

$u = u(t)$

2. 转矩控制器稳定性判定

为了使输出转矩 T 很好地跟踪给定转矩 T^* ，其动态的转矩误差可表示为 $e(t) = T^* - T$ ，则需要找到一个控制输入 $u(t)$ ，使转矩跟踪误差 $e(t)$ 能够收敛于零。本文将应用Lyapunov函数来构建输入变量 $u(t)$ ，为简单起见，所有的变量 $f(T)$ 和 $b(T)$ 均用 f 和 b 代替。由Lyapunov函数表达式 $V = \frac{1}{2} e^2$ 可以看出，除了 $e = 0$ 以外，对于所有的 e ，均有 $V > 0$ 。因此，可以将函数 V 定义为正定函数，其一阶导数表达式为

$$\dot{V} = e\dot{e} = e(\dot{T}^* - f - bu) \quad (6)$$

为了能使跟踪误差 $e(t)$ 尽可能趋近于零，Lyapunov函数的一阶导数将取为负定函数，其一阶导数表示为 $\dot{V} = -\lambda e^2$ ，其中， λ 为严格意义上的正数。所以

$$u(t) = b^{-1}(\dot{T}^* - f + \lambda e) \quad (7)$$

由于开关磁阻电动机的非线性特性, 变量 f 和 b 无法准确估算, 为了克服模型上的不确定性, 采用鲁棒控制器, 用一个简化的线性电动机模型代替电动机的数学模型。因此在式(7)中, 可用估算变量 $\hat{f}$ 和 $\hat{b}$ 代替变量 f 和 b , 则

$$u(t) = \hat{b}^{-1}(\dot{T}^* - \hat{f} + \lambda e) \quad (8)$$

将式(8)代入式(6)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -b\hat{b}^{-1}\lambda e^2 - e[(f - \hat{f}b\hat{b}^{-1}) - \dot{T}^*(1 - b\hat{b}^{-1})] \\ \Rightarrow \dot{V} &= -b\hat{b}^{-1}\lambda e^2 - eD(\bullet) \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$D(\bullet) = [(f - \hat{f}b\hat{b}^{-1}) - \dot{T}^*(1 - b\hat{b}^{-1})] \quad (10)$$

由式(9)可知, 要使 $\dot{V}$ 为负定的函数, 就要满足条件

$$|b\hat{b}^{-1}\lambda e^2| > |eD(\bullet)| \quad (11)$$

如果转矩误差的绝对值收敛于一个无限接近于零的值 e_b , 则 $\lambda > \frac{|D(\bullet)|}{b\hat{b}^{-1}e_b}$, 由此可以看出, λ 的值随着 $|D(\bullet)|$ 的值不断变化, 即随着转矩误差的大小不断变化, 控制器在实时调节 λ 值的大小。

通过上面的公式推导可以看出, 基于Lyapunov函数的直接转矩控制器是渐进稳定的, 因为它满足Lyapunov稳定判据的三个条件^[4-5]: ①对于给定的系统, 存在函数 V 为正定函数; ②函数 V 的一阶导数 $\dot{V}$ 连续且为负定函数; ③对于转矩误差的绝对值, 则无限收敛于零。

直接转矩控制算法的实现

1. 估算变量 $\hat{f}$ 和 $\hat{b}$

图1为SRM简化电感模型, 上面部分是相电感

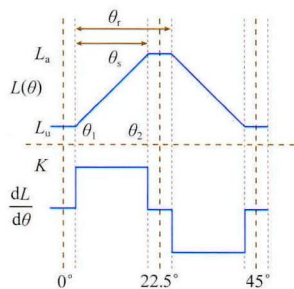


图1 SRM简化电感模型

$L(\theta)$ 理想波形, 下面部分是相应的相电感斜率波形 $\frac{dL}{d\theta}$ 。

在 $0 < \theta \leq \theta_1$ 、 $\theta_2 < \theta \leq 22.5^\circ$ 内, 由式(5)估算变量 $\hat{f}$ 、 $\hat{b}$ 可得: $\hat{f} = 0$, $\hat{b} = 0$ 。

在 $\theta_1 < \theta \leq \theta_2$ 内, 估算变量 $\hat{f}$ 、 $\hat{b}$ 可得

$$\begin{aligned} \hat{f} &= \frac{Ki}{L_u + K\theta'}(-i\hat{R} - Ki \frac{d\theta}{dt}) \\ \hat{b} &= \frac{Ki}{L_u + K\theta'} \end{aligned} \quad (12)$$

最终可求得系统输入变量 $\hat{u}(t)$

$$u(t) = \frac{L_u + K\theta'}{Ki} \frac{dT^*}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} + i\hat{R} + Ki \frac{d\theta}{dt} + \frac{L_u + K\theta'}{Ki} \lambda e \quad (13)$$

其中在 $i = 0$ 时, 式(13)存在奇异点, 在这些点处将绕组额定电流1%替代电流 i , 从而可避免奇异点无解的问题。

2. 反馈补偿系数 λ

为了使控制算法设计简单, 利用线性磁链模型得到 $\hat{f}$ 、 $\hat{b}$, 由于线性磁链模型与实际的磁链模型存在很大的差异, 这样会引入很大的计算误差, 最终影响控制性能, 因此引入两个误差因子平衡与实际参数的大小, 即 $f = \hat{f}(1 + \delta_f)$, $b = \hat{b}(1 + \delta_b)$, 故

$$\lambda > \frac{|\hat{f}|(|\delta_f| + |\delta_b|) + |\dot{T}^*||\delta_b|}{(1 + \delta_b)e_b} \quad (14)$$

如果在计算 λ 过程中有很大误差产生, 那么就需要一个反馈控制器来纠正 λ 的计算, 为了使转矩误差维持在一定的范围内, λ 是不断变化的, 由式(14)可以看出, 在系统稳定的情况下, λ 有最小下限值, 与转矩误差 e_b 成反比关系, 即转矩误差 e_b 越小, 反馈增益 λ 越大。

实验结果及其分析

1. 实验硬件平台

本文以18.5 kW SRM为实验样机, 以TI公司TMS320F2812 DSP为核心控制芯片, 12位ADC采样芯片ADS7864负责实时采样, IGBT开通关断信号经过ALTERA公司EP1K30QC208 FPGA逻辑综合处理后再送给驱动模块。功率变换器采用三相不对称半桥电路, 主开关器件IGBT采用英飞凌公

司FF150R12KE3G。图2为实验平台的结构，表1和表2分别为直流电动机和SRM的名牌参数。

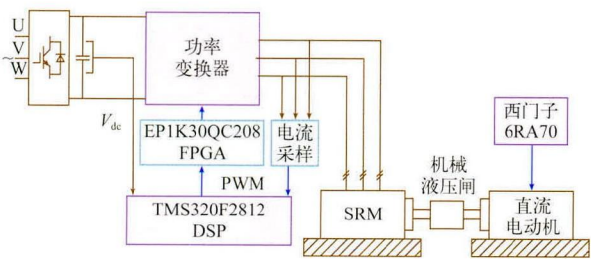


图2 SRM实验平台结构

表1 直流电动机铭牌参数

直流电动机	
额定功率/kW	15
电枢额定工作电流/A	39.3
励磁电压/V	90
额定电压/V	440
额定转速/(r/min)	1 500

表2 SRM铭牌参数

SRM	
相数	三相
电动机定子极数	12/8
额定功率/kW	18.5
电源电压/V	380
额定转速/(r/min)	1 000

2. 实验结果分析

在18.5 kW SRM电动机的实验平台上，本文对基于Lyapunov函数的直接转矩控制系统进行了实验验证，主要分为以下两个部分：电压PWM斩波控制测试和系统整体运行性能测试。

(1) 电压PWM斩波控制测试

图3为电压PWM斩波控制A相电流与开关管的触发脉冲波形。由图3可知，电动机运行于电动状态，上下功率开关器件的触发脉冲均在15 V左右，在轻负载40 N·m的情况下，平均电流大小为18 A，电流变化平稳。

(2) 电动机运行性能测试

电动机运行性能测试主要包括转矩变化测试和速度变化测试两部分，图4为转矩变化波形。采用直流电动机模拟SRM负载，使电动机起动状

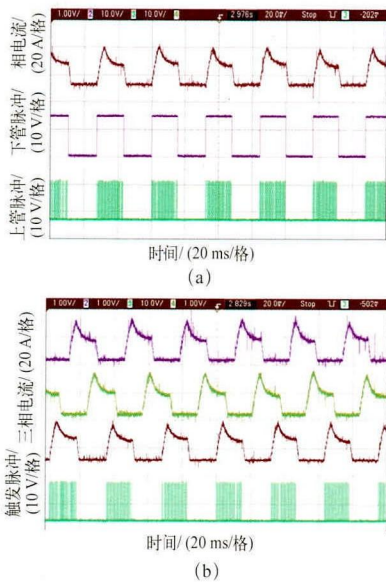


图3 电压PWM斩波控制波形

态的负载给定 $20\text{ N}\cdot\text{m}$ ，速度给定为 500 r/min 不变，待转速稳定后突加负载至 $40\text{ N}\cdot\text{m}$ ，由图4可知，输出转矩能够快速稳定地跟踪给定转矩大小，同时能够有效抑制转矩脉动。三相电流由原来的 10 A 上升为 18 A ，跟随转矩变化而变化。

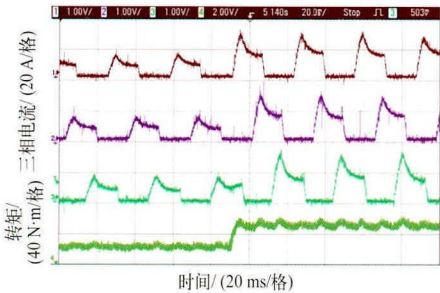
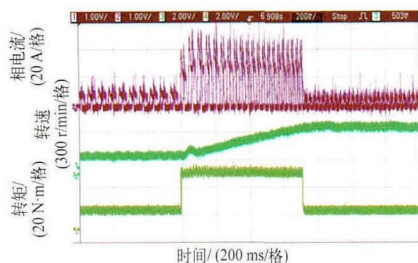


图4 转矩变化波形

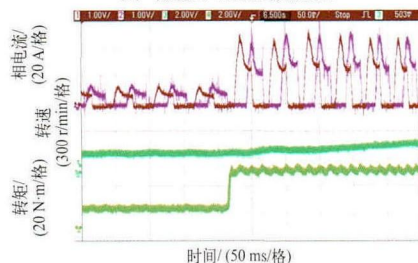
图5为转速变化波形。电动机起动时速度给定为 200 r/min ，转矩给定为 $20\text{ N}\cdot\text{m}$ 。待转速稳定后，给定转速由 200 r/min 突变到 500 r/min ，由图可知，输出转矩在速度变化过程中保持限幅值 $60\text{ N}\cdot\text{m}$ 不变，转速经过 0.7 s 达到稳定状态。

结束语

在传统的直接转矩控制的基础上，重新构建了转矩控制器，并将李雅普诺夫稳定性判据运用其中，保证系统的稳定性和转矩的实时跟踪性能。介绍了基于Lyapunov函数转矩控制器的构建方法，以及系统稳定性所满足的条件，并以 18.5 kW



(a) 转速闭环加速动态波形



(b) 加速瞬间波形

图5 速度变化波形

三相SRM电动机为实验样机,验证了该算法的正确性。结果表明,基于Lyapunov函数的SRM直接转矩控制策略能够有效抑制转矩脉动,控制系统具有一定可行性与应用价值。

参考文献

- [1] 王宏华. 开关磁阻电机调速控制技术 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.
- [2] Cai W, Pillay P. Resonant frequencies and mode shapes of switched reluctance motors [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2010, 16 (1): 43-48.
- [3] 潘再平, 罗星宝. 基于迭代学习控制的开关磁阻电机转矩脉动抑制 [J]. 电工技术学报, 2010, 25 (7): 51-55.
- [4] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998 (43): 475-482.
- [5] 廖晓昕. 稳定性的理论、方法和应用 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 1999.

(收稿日期: 2014-12-08) EA



Weidmüller 30

魏德米勒工业以太网交换机 — 工业网络高效可靠的通讯保障

魏德米勒工业以太网交换机, 不仅延续了魏德米勒产品的一贯德国品质、卓越稳定的性能, 而且将通讯解决方案再次扩容, 并为您带来了全新的高效可靠、完善便捷的使用体验。

魏德米勒工业以太网交换机支持全千兆、千兆上联、全千兆传输速率, 精确适应各类应用场合。其宽温-40°C~+85°C的设计, 轻松应对极端环境条件。符合EMC四级、IP40的标准, 满足严苛的工业现场需要。便捷易用的监控管理交互界面, 帮助客户实时掌握全网状态。