

基于非线性分岔理论的HVDC系统次同步振荡研究

首次运用非线性分岔理论对高压直流输电（HVDC）系统的次同步振荡SSO问题进行深入分析，研究HVDC系统SSO问题的非线性本质特征，推导了适用于非线性分析的HVDC的次同步振荡数学模型，避免了传统复杂的线性化过程。研究发现，HVDC系统发生SSO现象时，系统发生Hopf分岔。借助数学软件Matcont，非线性分岔理论能够准确地计算出待研HVDC系统的Hopf点和分岔方向，时域仿真证明了上述结论的正确性。

赵立进¹ 徐梅梅¹ 顾威¹ 徐玉韬¹ 贺健^{2,3} / 1. 贵州电力试验研究院
2. 国网合肥供电公司 3. 华北电力大学电气与电子工程学院



赵立进/高级工程师

次同步振荡（Subsynchronous Oscillation, SSO）是指电网系统和汽轮发电机轴系统，通过发电机转子气隙中电气转矩的相互作用而形成的整个机网振荡的现象。随着我国直流超、特高压输电的快速发展与推广，HVDC与汽轮发电机组轴系间的扭振相互作用越来越突出，研究直流输电系统的SSO问题具有重要的现实意义^[1]。

目前研究SSO的方法主要有特征值分析法、复转矩系数法和时域仿真法等^[2-5]。特征值分析法和复转矩系数法都需要将系统方程局部线性化，但是电力系统和机组轴系的本质具有非线性特征，并且多个扭振模式之间也存在非线性耦合关系，这使得SSO问题所研究的机电耦合系统有高维、强非线性的特点，因此许多现象不能通过简单的线性化方法来分析，传统的线性或拟线性方法难以精准地阐述多模式SSO的内在机理和实际现象。文献[6]表明在采用特征值方法分析时，美国西北电网会在某个

次同步振荡模态失稳，但是时域仿真和实际运行结果表明，该系统不存在失稳现象。

近年来，国内外学者运用非线性动力学的分岔理论来研究分析电力系统的SSO问题，并取得了很多成果。文献[7]首次分析了单机无穷大系统次同步谐振的Hopf分岔现象，通过分析认为发生次同步谐振时，系统发生超临界Hopf分岔导致了一个稳定且幅值很小的极限环产生；文献[8]针对单机无穷大系统，应用Hopf分岔理论解释了串补电容输电系统次同步振荡的机理，并指出由于Hopf分岔存在幅值稳定的极限环，使得时域仿真的不稳定区域比特征值分析法求解的不稳定区域要小；文献[9]认为Hopf分岔对应的平衡点是非双曲平衡点，根据Hartman-Grobman定理，电力系统是否发生次同步振荡不能完全由其线性导算子决定，因此特征值分析的结果与时域仿真结果存在差别。文献[6-9]只是针对含串补电容的SSO现象运用分岔理论进行研究，对于HVDC的SSO问题尚未运用非线性分岔理论进行研究。本文首次运用分岔理论对HVDC的SSO问题进行深入研究，基于软件Matcont，研究整流器控制参数对HVDC的SSO现象的影响，得出一些重要结论，并通过PSCAD仿真证明这些结论的正确性。

待研HVDC系统模型

首先研究适合于非线性分岔分析的直流输电系统模型和数学模型。图1为待

关键词/Keywords

HVDC ·
SSO ·
非线性理论 ·
Hopf分岔 ·
Matcont ·

研HVDC系统的模型。 G_1 为待研机组，与整流侧连接的其他交流网络用无穷大电源 S_1 和等效阻抗的串联组合表示，逆变侧的受端系统用无穷大电源 S_2 表示。HP、LPA、LPB和GEN为汽轮发电机组轴系的4个质量块，分别为高压缸、低压缸A、低压缸B和发电机； i_d 、 i_q 分别为发电机定子电流在 d 轴、 q 轴坐标上的分量； $R_e + jX_e$ 为升压变压器的等效阻抗； $R_s + jX_s$ 为连接 S_1 的等效阻抗； U_R 、 φ_{uR} 分别为极坐标下整流侧换流母线电压的幅值和相位； C_R 为线路的无功补偿等效电容； n_R 、 n_L 为整流侧和逆变侧换流变压器的电压比； i_R 为整流侧换流变压器的交流侧电流； i_{dR} 、 i_{dL} 分别为整流侧、逆变侧的直流电流； R_d 、 L_d 和 C_d 分别为直流线路等效电阻、等效电感和等效电容； x_{cR} 、 x_{cL} 为换流变压器内电抗以直流基值阻抗为基准的标么值^[10]。

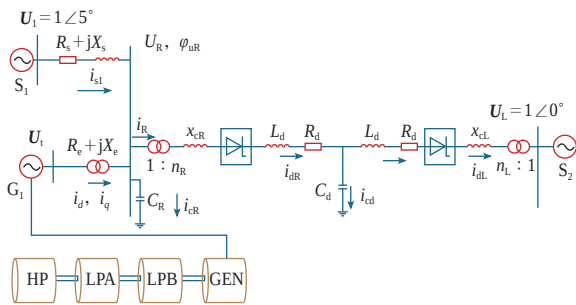


图1 待研系统模型

在正常运行时，直流输电系统的整流器为定电流控制，逆变器为定熄弧角控制。换流器采用等间隔触发方式。本文采用直流输电系统的准稳态模型。 S_2 为无穷大系统，已有分析表明，所研究系统的逆变器控制参数对SSO模态阻尼的影响很小，所以此处忽略逆变器的控制模型^[11]。直流输电系统采用准稳态数学模型，发电机、轴系和励磁系统的数学模型可以参考文献[9]，重点论述直流系统方程，除了时间 t ，其他变量均为标么值。

整个直流系统的状态方程为

$$\begin{cases} pu_{cd} = w_{eB} X_C (i_{dR} - i_{dL}) \\ pi_{dR} = \frac{w_{eB}}{X_L} \left(\frac{3\sqrt{2}}{\pi} n_R U_R \cos \alpha - \frac{3}{\pi} B_r X_{cR} i_{dR} - u_{cd} - R_d i_{dR} \right) \\ pi_{dL} = \frac{w_{eB}}{X_L} \left(-\frac{3\sqrt{2}}{\pi} n_L U_L \cos \beta - \frac{3}{\pi} B_r X_{cL} i_{dL} + u_{cd} - R_d i_{dL} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} pI_{dRm} = \frac{K_{rm}}{T_{rm}} i_{dR} - \frac{1}{T_{rm}} I_{dRm} \\ pX_{Rm} = \frac{1}{T_R} (I_{dRm} - I_{ref}) \end{cases} \quad (1)$$

式中， u_{cd} 为直流线路等效电容 C_d 的电压； X_C 为 C_d 的阻抗形式； U_L 为逆变侧无穷大系统母线电压， $U_L = 1 \angle 0^\circ$ ； I_{dRm} 、 X_{Rm} 为整流侧定电流控制的中间状态变量； T_R 为整流侧PI控制器的时间常数； w_{eB} 为角频率基准值。

直流侧的基准值选取如下，即

$$\begin{cases} U_{dB} = B_r u_{aB} \\ I_{dB} = I_{dN} \\ P_{dB} = U_{dB} I_{dB} \\ Z_{dB} = U_{dB} / I_{dB} \end{cases} \quad (2)$$

式中， u_{aB} 为整流侧换流变压器母线处交流电压的基准值； B_r 为串联桥数目。

1. 交流网络模型

$$\begin{cases} pI_{s1d} = \frac{w_{eB}}{X_s} (U_{s1d} - R_s I_{s1d} + w_4 X_s I_{s1q} - U_{Rd}) \\ pI_{s1q} = \frac{w_{eB}}{X_s} (U_{s1q} - w_4 X_s I_{s1d} - R_s I_{s1q} - U_{Rq}) \\ pU_{Rd} = w_{eB} X_{cR} (i_d + I_{s1d} - I_{dR}) + w_{eB} w_4 U_{Rq} \\ pU_{Rq} = w_{eB} X_{cR} (i_q + I_{s1q} - I_{dL}) - w_{eB} w_4 U_{Rd} \end{cases} \quad (3)$$

式中， U_s 为整流侧的交流系统无穷大电源母线电压； w_4 为电气角频率。

2. 其他输入方程

$$\begin{cases} U_R = \sqrt{U_{Rd}^2 + U_{Rq}^2} \\ \varphi_{uR} = \delta_G - \arctan(U_{Rd} / U_{Rq}) \\ \cos(\varphi_{uR} - \varphi_{iR}) = \cos \alpha - \frac{B_r X_{cR} i_{dR}}{\sqrt{2} n_R U_R} \\ \cos \beta = \cos \delta - \frac{\sqrt{2} B_r X_{cL} i_{dL}}{n_L U_L} \\ \alpha = K_R (I_{dRm} - I_{ref}) + X_{Rm} + \varphi_{uR} \\ I_{Rd} = \frac{\sqrt{6} I_{dN}}{\pi i_B} n_R B_r i_{dR} \sin(\delta_4 - \varphi_{iR}) \\ I_{Rq} = \frac{\sqrt{6} I_{dN}}{\pi i_B} n_R B_r i_{dR} \cos(\delta_4 - \varphi_{iR}) \end{cases} \quad (4)$$

式中， i_B 为整流侧换流变压器交流电流的基准值；

K_R 为整流侧PI控制器的增益。

上述公式组成了适合于分岔理论分析的系统数学模型,相对于传统的特征值法和复转矩系数法,该数学模型不用进行繁琐的相位变换和消去中间变量,使数学模型的推导工作大大简化,降低了出错的概率。

分岔理论原理

Bialternate矩阵乘积的定义。设 $A, B \in R^{n \times n}$, 令 $V^n = \{(p, q) | p = 2, 3, \dots, n, q = 1, 2, \dots, p-1\}$, 即 $V^n = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2), \dots, (n, 1), \dots, (n, n-1)\}$, 记 V_i^n 为 V^n 的第 i 项。 $A \otimes B$ 是 A, B 的Bialternate乘积^[10]

$$(A \otimes B)_{ij} = f(V_i^n, V_j^n) = f[(p, q), (r, s)] \\ = \frac{1}{2} \left(\det \begin{pmatrix} a_{pr} & a_{ps} \\ b_{qr} & b_{qs} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} b_{pr} & b_{ps} \\ a_{qr} & a_{qs} \end{pmatrix} \right) \quad (5)$$

式中, $A \otimes B$ 是 $\frac{n(n-1)}{2}$ 阶矩阵。

非线性微分方程组: $x' = f(x, \alpha)$, $f: R^n \times R \rightarrow R^n$, $n \geq 2$, 检测函数为

$$\Psi_H(x, \alpha) = \det \left(2 \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x} \otimes I_n \right) \quad (6)$$

式中, $\otimes$ 为两个示矩阵的Bialternate矩阵乘积; I_n 为 n 阶单位阵。若 $\Psi_H(x, \alpha) = 0$, 则系统发生Hopf分岔。

非线性分析软件Matcont 是研究分岔的一个很强大的数学软件,与Matlab有很好的兼容性,结合Matlab可绘制含参数的常微分方程组的轨线、平衡点曲线,还能检测具体的分岔类型,很适合科研工作者进行非线性研究。如果检测出一个非线性系统随着参数 k 的变化而变化,且在 k_0 处发生了Hopf分岔(k_0 为Hopf分岔点),通过计算系统的第一李雅普诺夫系数可判断出其分叉的方向,判断方法如下。

如果非线性系统的第一李雅普诺夫系数小于0,则当 k 小于 k_0 时,非线性系统是不稳定的;当 k 大于 k_0 时,非线性系统是稳定的。当分岔参数增大时,非线性系统的Hopf分岔方向是趋于稳定的。

如果非线性系统的第一李雅普诺夫系数大于

0,则当 k 小于 k_0 时,非线性系统是稳定的;当 k 大于 k_0 时,非线性系统是不稳定的。当分岔参数增大时,非线性系统的Hopf分岔方向是趋于发散不稳定的。

下面利用Matcont研究上述交直流混合输电系统中整流侧PI控制器时间常数 T_R 对系统次同步振荡的影响。图2描述了待研输电系统随着 T_R 的分岔情况。

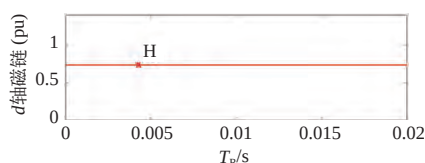


图2 HVDC系统随着 T_R 的分岔图

图2中,星号处表示HVDV系统在该点处发生Hopf分岔,旁边以字母“H”标注。Hopf分岔点为 $T_R = 0.0043$,并且第一李雅普诺夫系数是小于零的。可以得出,当 $T_R < 0.0043$ 时,HVDV系统是发散的;当 $T_R > 0.0043$ 时,HVDV系统是稳定的。

仿真实验

为了验证上述分岔分析的正确性,在PSCAD/EMTDC仿真平台上搭建图1的仿真模型。交流系统额定线电压为500 kV,直流线路额定电压为500 kV,额定容量为1 000 MW,整流侧换流变压器电压比 $n_R = 213.45/500$,逆变侧换流变压器电压比 $n_L = 209.22/500$ 。

图1中,系统 S_1 的正序阻抗和零序阻抗分别为: $Z_1 = 80 \angle 85^\circ \Omega$, $Z_0 = 120 \angle 80^\circ \Omega$;系统 S_2 为无穷大系统,内阻为0;待研发电机 G_1 的额定容量为667 MV·A,频率为50 Hz,其余参数与IEEE SSR第一标准模型一致;待研发电机 G_1 侧的变压器的漏抗为0.154 (pu) (标么值),直流系统的交流滤波器需要根据系统的输送功率,按照整定原则重新计算,其他参数均采用Cigre HVDC标准模型参数。

在上述Hopf分岔点附近,对系统经过扰动后的动态响应特性进行仿真。仿真过程中,在5 s时,待发电机出口母线处发生三相短路,故障持续0.5 s,通过分析扰动后模态1(汽轮机高压缸)转速的变化趋势,判断系统是否发生Hopf分岔。

从图3中可以看出,整流侧PI控制器时间常数 $T_R=0.004$ 时,经过扰动后,模态1转速逐渐增大,系统趋于失去稳定,发生次同步振荡; $T_R=0.005$ 时,模态1转速基本不变,系统处于临界状态; $T_R=0.008$ 时,经过扰动后,模态1转速逐渐衰减,系统仍然稳定,没有发生次同步振荡。上述HVDV系统在 $T_R=0.005$ s时处于临界状态,发生Hopf分岔,与非线性理论分析的分岔点 $T_R=0.004$ s误差只有0.000 8 s,而且仿真表明,Hopf分岔方向与非线性分岔理论分析的方向一致, $T_R<0.005$ 时,系统失去稳定,发生SSO; $T_R>0.005$ 时,系统不发散,保持稳定。

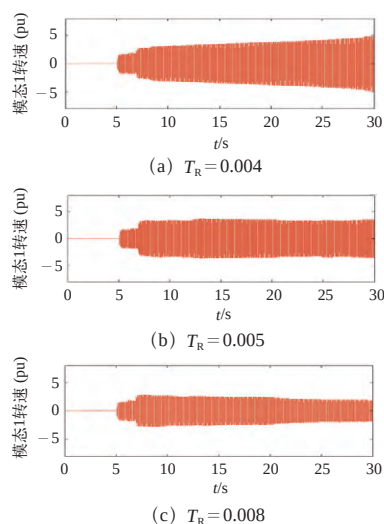


图3 不同 T_R 下模态1的转速

结束语

基于数学软件Matcont首次运用非线性分岔理论对HVDC的SSO问题进行深入研究分析,建立并推导了适用于非线性分析的HVDC的SSO数学模型,结论如下。

1) HVDC的非线性数学模型大大简化了数学模型建立过程,避免了传统的复杂线性化过程,消去了中间变量,降低了出错的概率。

2) HVDC系统发生SSO时,系统发生Hopf分岔。非线性分岔理论准确地计算出待研HVDC系统的Hopf点,与时域仿真结果相比误差很小。

3) 数学软件Matcont适用性强、功能强大且便于操作,为广大科研工作者研究SSO问题提供了

便利。采用分岔理论可以更深入地研究HVDC系统SSO问题的非线性特征,是一种准确分析HVDC系统控制参数对SSO稳定性影响的方法。

参考文献

- [1] 杨煜,黎小林,邓晶,等.贵广II回直流次同步振荡抑制措施的录波数据分析[J].南方电网技术,2013,7(3):21-23.
- [2] 徐衍会.基于可观测与可控度的直流输电次同步振荡阻尼控制研究[J].电力系统保护与控制,2013,41(9):21-26.
- [3] 江全元,程时杰,曹一家.基于遗传算法的HVDC附加次同步阻尼控制器的设计[J].中国电机工程学报,2002,22(11):87-91.
- [4] 王喜田,杨帆,杨秀,等.含HVDC的电力系统次同步振荡参数稳定域的可视化分析[J].电力系统及其自动化,2004,28(7):30-42.
- [5] 杨秀,陈陈,王西田.HVDC控制系统对汽轮发电机组次同步振荡的影响[J].电网技术,2004,28(5):5-8.
- [6] Zhu W, Mohler R R, Spee R. Hopf bifurcation analysis for an electric power system experiencing subsynchronous resonance [C]. Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control, 1994(1):613-614.
- [7] Iranvani R M, Semlyen A. Hopf bifurcation in torsional dynamics [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1992, 7(1):28-36.
- [8] Varghese M, Wu F F, Varaiya P. Bifurcations associated with sub-synchronous resonance [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1998, 13(1):139-144.
- [9] 贺健,谢小荣,徐振宇.次同步谐振分岔分析与特征值法和时域仿真的对比研究[J].华东电力,2013,41(6):1211-1214.
- [10] 黄北军.高压直流输电系统的次同步振荡分析与控制[D].成都:西南交通大学,2008.
- [11] 张丹.高压直流输电系统次同步振荡的特征值分析与控制[D].北京:华北电力大学,2011.

(收稿日期:2014-05-28) EA