

基于稀疏矩阵技术的变压器宽频参数计算方法

为了准确快速计算大规模绕组变压器的宽频参数，基于稀疏矩阵技术，提出了绕组多导体传输线模型的宽频参数计算方法，解决了求解过程中因矩阵阶数过大而导致无法计算或者用时太长的难题。首先，分析了 Y 和 Z 矩阵的矩阵特点，采用分块存储和运算方法，将大型矩阵运算变为子块矩阵运算，提出了频域模型基于稀疏矩阵技术求解的方法，分析了求解过程中矩阵的变化，证实了分块存储和运算方法的高效性；然后，以双绕组变压器模型为例，从矩阵变换角度给出了导纳参数计算的通用推导方法；最后，通过对保定天威集团特变电气有限公司的一台型号为SS11-20000/110的变压器的计算结果与测量结果进行比较，验证了方法的正确性。

张旭东 张敬平 李中平 马兴望/沧州供电公司
高黎明/华北电力大学河北省输变电设备安全防御重点实验室

变压器的频率响应分析(Frequency Response Analysis, FRA)是判断绕组状态的重要方法，对其进行分析是基于对变压器宽频参数的计算；基于黑盒原理的变压器宏模型是模型建立方法中的一个重要概念，也是以掌握变压器的宽频网络参数为前提^[1-3]。但是对于大型变压器，尤其是已经运行中的变压器，测量其宽频参数困难很大，因此计算变压器宽频参数意义重大。

变压器绕组宽频参数计算以多导体传输线模型居多，文献[4-9]建立了变压器绕组的多导体传输线模型，但是在模型求解中遇到很大难题，参数矩阵阶数过大造成计算困难，大部分文献在模型改进的角度提出了处理方法。文献[10]为了解决以匝为单位参数矩阵规模较大

的难题，提出了一种频域分段建模的方法；文献[5,11]采用集中参数与分布参数混合模型来计算，靠近端口的线圈采用多导体传输线模型，其余用阻抗代替；文献[12]对变压器绕组分成三部分建模，包括多导体模型、单导体模型以及等效阻抗。这些方法并不能充分利用多导体传输线模型中线匝间耦合的优点。

本文在仅考虑临近线匝间耦合的情况下，分析了电导 Y 参数的矩阵结构，充分考虑电感参数耦合规律的情况下分析了电抗 Z 的矩阵结构，提出了采用稀疏矩阵方法进行频域求解的方法，解决了矩阵阶数过大造成的计算难题。从矩阵变换角度提出参数求解新方法，提高了计算的简便性和应用性。对一台110 kV变压器的高中压绕组进行计算，其结果和测量结果比较吻合，证明了方法的实用性。

基于稀疏矩阵技术的频域求解

在高频暂态条件下，线饼之间具有某种程度上的屏蔽作用，互感随线圈之间的距离增大迅速衰减，因此，从工程分析出发，只需考虑临近几个线段内的线匝间的互感^[11]。对于电感来说，一般互感和自感的比例在5%及以下时，互感的影响就可以忽略^[12]。对于电容而言，只要是不相邻的电容就可以忽略不计。以 n 饼连续式绕组为例，假设每饼绕组匝数为 m ，匝的编号顺序如图1所示。图2为仅考虑临近线饼影响的 Y 参数矩阵结构形式图。



张旭东/助理工程师

关键词/Keywords

变压器 ·
稀疏矩阵 ·
分块存储 ·
导纳参数 ·
大规模绕组 ·

国家自然科学基金资助项目(50977031)。

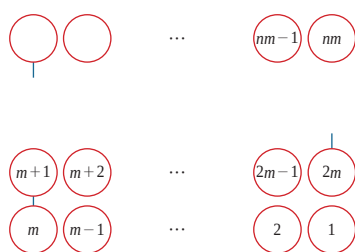


图1 绕组匝编号顺序图

若将图2矩阵采用等带宽存储时，在广泛带段中有大量零元素进入带段内部^[13]，因此采用分块

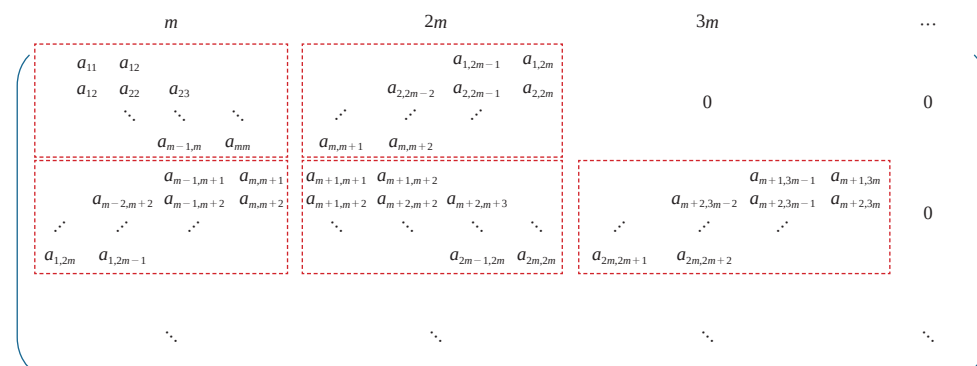


图2 Y矩阵的结构形式

多导体传输线方程的频域形式可以用以下方程表示，即

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{V}(z)}{dz^2} &= \mathbf{ZYV}(z) \\ \frac{d^2 \mathbf{I}(z)}{dz^2} &= \mathbf{YZI}(z) \end{aligned} \quad (1)$$

对式(1)进行求解的前提是实现方程的解耦。通过子块运算 $\mathbf{ZY}$ 和 $\mathbf{YZ}$ ，容易得到矩阵的结构，虽然 $\mathbf{Y}$ 和 $\mathbf{Z}$ 都是对称矩阵，但是 $\mathbf{ZY}$ 和 $\mathbf{YZ}$ 一般不对称。采用以下步骤实现方程求解。

1) 对矩阵 $\mathbf{ZY}$ 应用初等相似变换化为上Hessenberg型。在变换过程中矩阵上三角中数值为零的区域没有产生添补数。

2) 采用Givens变换对上Hessenberg阵作 $\mathbf{QR}$ 分解^[14-15]，这样就得到矩阵的特征值。一般 $n-1$ 个Givens变换可以将矩阵变为上三角矩阵，且变换只改变了次对角线的元素。

3) 采用反幂法结合原点平移法计算矩阵的特征相量。迭代过程采用线性方程组求解，不会在

存储减少存储空间，可以将大型矩阵运算转换为子矩阵间的运算。图2中给出的分块结构有着实际的物理意义：主对角线的子块为同一饼线匝间的阻抗(或导纳)，次对角线的子块代表相邻饼间的耦合。对于 $\mathbf{Z}$ 矩阵而言，只有当互感和自感的比例小到一定程度时，相互之间的影响才可以忽略不计，所以非零子块的数量要比 $\mathbf{Y}$ 矩阵多，但是忽略了影响较小互感后的 $\mathbf{Z}$ 参数矩阵也是分块稀疏矩阵。

存储范围外增加新的非零元素。

从求解的过程来看，只有在初等相似变换为Hessenberg型时会在矩阵的下三角区域产生添补数，采用分块存储方法很大程度上减小了存储空间，并且采用子块计算能够提高计算的矩阵规模和效率。

导纳参数计算方法

以双绕组变压器为例，多导体传输线如图3所示。

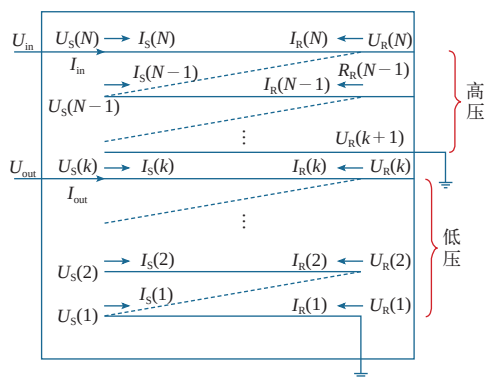


图3 双绕组变压器多导体传输线模型

对式(1)求解后,将边界条件带入整理得到

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_s(k) \\ 0 \\ \vdots \\ I_s(N) \end{pmatrix} = \mathbf{Y}_a \begin{pmatrix} U_s(1) \\ \vdots \\ U_s(1) \end{pmatrix} \quad (2)$$

将左侧矩阵中电流为零的等式提取出来,并用端口电压 $U_s(k)$ 和 $U_s(N)$ 表示其他电压可得

$$\mathbf{Y}_b \begin{pmatrix} U_s(1) \\ \vdots \\ U_s(k-1) \\ U_s(k+1) \\ \vdots \\ U_s(N-2) \\ U_s(N-1) \end{pmatrix} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} U_s(N) \\ U_s(k) \end{pmatrix} \quad (3)$$

将式(3)整理并将 $U_s(k)$ 和 $U_s(N)$ 添加到左侧矩阵,可得

$$\begin{pmatrix} U_s(1) \\ \vdots \\ U_s(N) \end{pmatrix} = \mathbf{Y}_c \begin{pmatrix} U_s(N) \\ U_s(k) \end{pmatrix} \quad (4)$$

将式(2)中电流不为零的等式提取出来,可推导出导纳参数如下式

$$\begin{pmatrix} I_s(N) \\ I_s(k) \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} U_s(1) \\ \vdots \\ U_s(N) \end{pmatrix} = \mathbf{T} \mathbf{Y}_c \begin{pmatrix} U_s(N) \\ U_s(k) \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} U_s(N) \\ U_s(k) \end{pmatrix} \quad (5)$$

仿真计算及试验验证

为了验证上述理论,对保定天威集团特变电气有限公司的一台型号为SS11-20000/110的变压器的高中压侧进行了实验测量和理论计算,高中压绕组上下半柱对称,基本绕组参数如表1所示。

表1 110 kV变压器绕组基本结构参数

参数量	参数值
高压绕组线饼数	2×42
高压绕组总匝数	2×915
中压绕组线饼数	2×38
中压绕组总匝数	2×291

实验中应用Agilent 4395A频谱分析仪测量了110 kV变压器高中压侧的散射参数,测量频率为100 Hz~10 MHz。将测量得到的散射参数 $\mathbf{S}$ 进行转换,得到其右半边绕组高压侧与低压侧之间的导纳参数 $\mathbf{Y}$ 。

以匝为单位建立的参数矩阵为2 412阶,为大规模的绕组参数矩阵,应用传统方法计算对计算机要求较高,并且计算时间很长。应用本文稀疏矩阵方法进行求解,计算得到变压器高中压的宽频导纳参数,计算和测量结果波形对比如图4~图6所示。由于变压器是互易二端口网络,导纳参数矩阵中 $\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21}$,因此,图中只给出了 $\mathbf{Y}_{11}$ 、 $\mathbf{Y}_{12}$ 、 $\mathbf{Y}_{22}$ 的幅频特性。

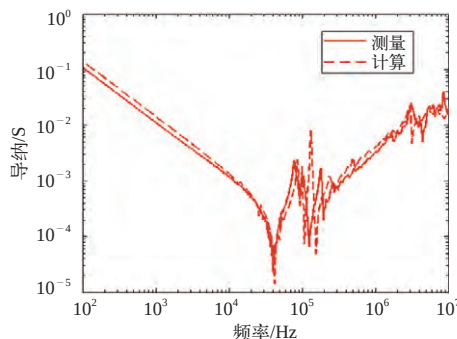


图4 $\mathbf{Y}_{11}$ 幅频特性

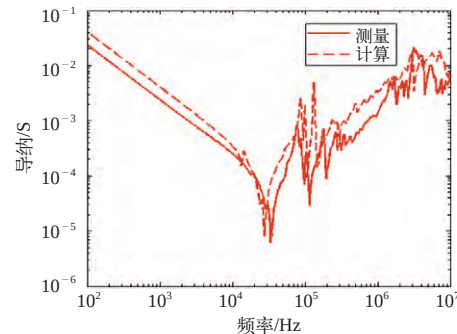


图5 $\mathbf{Y}_{12}$ 幅频特性

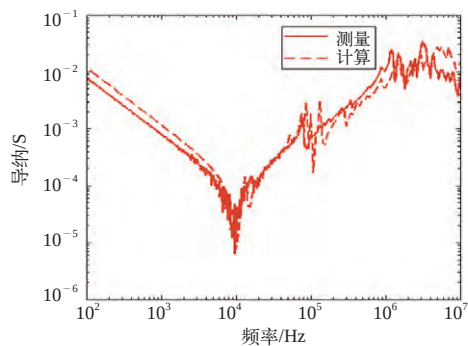


图6 $\mathbf{Y}_{22}$ 幅频特性

由上图各测量与计算的双绕组变压器端口导纳参数的波形比较可以看出，本文所述方法能够在10 MHz范围内得到比较准确的计算结果。表2为传统方法和本文方法的CPU用时对比表。

表2 CPU用时对比表

计算机系统/bit	传统方法/min	本文方法/min
32	无法计算	312.4
64	1 543.9	281.5

从表2中可以看出，本文所用方法能够较好地实现变压器导纳参数的工程应用，这充分表明利用本文提出的方法计算变压器端口导纳参数是可行高效的。

结束语

本文提出了基于稀疏矩阵技术的大规模绕组变压器的宽频导纳参数计算方法，并改进了变压器导纳参数计算方法，理论分析和实验结果表明，该方法在保证计算准确度的基础上，有效地减少了建模的线圈规模。该方法具有以下优点：

1) 采用分块存储方法可以将大规模矩阵分为若干子块，每一个子块的规模可以为单饼或多饼绕组的匝数，分块具有较大的灵活性。在相乘等稀疏矩阵运算中采用子块间的运算能够有效减少计算所占内存。

2) 在导纳参数计算的过程中，应用矩阵变换的方法能够避免多未知数方程求解，提高计算的工程应用性和适用性。

参考文献

[1] 张重远, 赵京生, 葛鑫, 等. 变压器类设备无源高频宏模型建模方法 [J]. 电力科学与工程, 2012, 28 (8): 36-42.

[2] 张重远, 梁贵书, 崔翔. 气体绝缘变电站内PT的特快速暂态仿真建模 [J]. 中国电机工程学报, 2003, 23 (7): 84-87.

[3] Gharehpetian G B, Mohsen H, Molle Hybrid K. Modeling of inhomogeneous transformer windings for very fast transient overvoltage studies [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 1998, 13 (1):

157-163.

[4] 高骏, 高树国, 刘海峰. 变压器绕组的高频模型及其时域解法的研究 [J]. 变压器, 2009, 46 (12): 37-40.

[5] 张喜乐, 梁贵书, 董华英, 等. VFTO作用下变压器绕组的过电压计算 [J]. 高电压技术, 2005, 31 (8): 4-8.

[6] 梁贵书, 张喜乐, 王晓晖, 等. 特快速暂态过电压下变压器绕组高频电路模型的研究 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 26 (4): 144-148.

[7] Shintemirov A, Tang W H, Wu Q H. A hybrid winding model of disc-type power transformers for frequency response analysis [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2009, 24 (2): 730-739.

[8] Liang Guishu, Sun Haifeng, Zhang Xile, et al. Modeling of transformer windings under very fast transient over voltages [J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2006, 48 (4): 621-627.

[9] 张喜乐, 梁贵书, 董华英, 等. 变压器绕组的特快速暂态建模 [J]. 电工技术学报, 2007, 22 (3): 55-59.

[10] 杨钰, 王赞基. 用于特快速暂态仿真的大型电力变压器线圈频域分段建模 [J]. 中国电机工程学报, 2010, 30 (10): 66-71.

[11] 王赞基. 变压器线圈中特快速暂态仿真的建模 [J]. 中国电机工程学报, 1996, 16 (5): 299-305.

[12] Zhu Xiaoyan, Dong Huaying, Liang Guishu, et al. A new hybrid model of transformer windings under very fast transient overvoltages [C]. Beijing: ICEMS, 2011.

[13] 刘长学. 超大规模稀疏矩阵计算方法 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1991: 1-31.

[14] 杜鹃, 冯思臣. 复矩阵的Givens变换及其QR分解 [J]. 成都理工大学学报, 2011, 38 (6): 693-696.

[15] 于寅. 高等工程数学 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2001: 305-323.

(收稿日期: 2014-05-05) EA