

基于高铁牵引供电线路分布参数模型的优化分段函数频谱算法分析

交直动车组在电气化铁道中的大量采用,使得牵引供电系统中的谐波特性发生变化。提出高铁牵引供电线路的分布参数模型来代替常见的集总参数模型,从而在Matlab/Simulink仿真环境下进行更为准确的模型建立,再用优化的分段函数频谱分析法来对CRH2车型在高铁牵引线路中的具体运行状况进行谐波分析。由于信号离散化后会丢失一定量的信息,将所有离散信息分成 N 段后先分别积分再求和,减少丢失的信息量以接近原信息。在使用优化方法对实测值进行分析后,与先给出的和实测结果接近的拟合函数进行比较。计算表明,分段函数频谱分析法较传统方法对可被拟合的函数具有更好的优化作用,当谐波含量加大时,对混叠误差具有突出的抑制作用。

熊 璐/中铁第一勘察设计院集团有限公司



熊 璐/工程师

关键词/Keywords

分布参数模型·
高铁牵引线路·
频谱分析·
傅里叶变换·
混叠误差·

随着交直动车组在电气化铁道中的大量采用,使得牵引供电系统中的谐波特性发生变化,除了含有低频带的3次、5次和7次等谐波外,在高频带还出现了大量的高次谐波。其中因使用集总参数模型进行线路仿真,将会因为对输电线路的过于理想化而缺少对线路系统的实际情况考虑,导致谐波分析失真,尤其是高频带部分。但由于条件及运算速度的限制,采样点数不够大,这就导致在频谱分析时出现较严重的失真,进而影响谐波分析的准确度。

现有的频谱分析法中,文献[1-3]使用Hanning窗、Nuttal窗等窗函数来降低频谱泄露和栅栏效应对谐波分析准确度的影响,虽然准确度较好,但在硬件实现上有较大困难;文献[4]函

数拟合方法较为粗糙而不适用于现有技术对准确度的要求;文献[5]在谐波治理方面效果显著,所运用的插值拟合方法也很复杂,但是对采样点要求较高,还会在实际应用中造成一定的运算延时。

本文提出高铁牵引供电线路的分布参数模型来代替常见的集总参数模型,从而在Matlab/Simulink仿真环境下进行更为准确的模型建立,使得频谱分析结果更趋近于实测值,再用优化的分段函数频谱分析法来进一步对CRH2车型在高铁牵引线路中的具体运行状况进行谐波分析。由于两类方法对实测值的分析后没有对规范值进行判定,于是使用与实测结果接近的拟合函数进行仿真。在对已有的拟合函数进行取值分析后,与FFT算法的分析值进行比较即可以判定,将分段函数频谱分析法类比应用于实测值的谐波分析中,将会达到良好的改进效果。

高铁牵引供电线路的分布参数模型

1. 均匀传输线传播特性

图1为均匀传输线的电路模型。

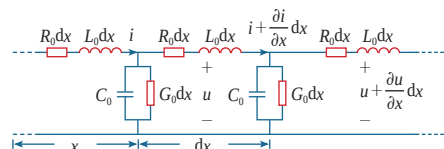


图1 均匀传输线的电路模型

通过KCL和KVL列方程^[6]可得分布参数电路的均匀传输线方程为

国家重点基础研究发展计划项目(2012CB215103)。

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

由式(1)可见,电压和电流同时随时间和距离变化,这就是分布参数电路和集总参数电路的明显区别。此处研究均匀传输线在电源角频率为 ω 的正弦时间函数的稳态分析。由此可以将式(1)进行向量化表示,即

$$\begin{cases} -\frac{d\dot{U}}{dx} = (R_0 + j\omega L_0)\dot{I} = Z_0\dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = (G_0 + j\omega C_0)\dot{U} = Y_0\dot{U} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $Z_0 = R_0 + j\omega L_0$ 为单位长度的阻抗; $Y_0 = G_0 + j\omega C_0$ 为单位长度的导纳。

由于相量 $\dot{U}$ 和 $\dot{I}$ 仅为距离的函数,于是将式(2)整理后得

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = Z_0 Y_0 \dot{U} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = Z_0 Y_0 \dot{I} \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = \gamma^2 \dot{U} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = \gamma^2 \dot{I} \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)}$, 其中 γ 称为传播常数, $Z_c = \sqrt{Z_0 / Y_0}$ 。

以上为常系数二阶线性微分方程,解之并利用双曲函数带入得到

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{U}_1 \cosh(\gamma x) - Z_c \dot{I}_1 \sinh(\gamma x) \\ \dot{I} = \dot{I}_1 \cosh(\gamma x) - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} \sinh(\gamma x) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\dot{U}_1$ 、 $\dot{I}_1$ 分别为传输线的始端电压和电流。

2. 模型确立与仿真验证

将实测电压电流的傅里叶变换值代入式(4)中,通过测量得到 $Z_c = (0.144 + j0.5934) \Omega/\text{km}$, $Y_c = j2.4765 \times 10^{-6} \text{ S/km}$,将其代入 $\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0}$ 和 $Z_c = \sqrt{Z_0 / Y_0}$ 中,以求得经过传输线后的末端电压、电流值,在对末端值进行对应计算后可得相应的等效电阻和等效电感值。进而通过式(4)求得等效电感和等效电阻的变化,如图2所示。

经分析,使用集总模型计算后的等效值应该呈近似线性变化趋势。而用分布参数模型,等效值明

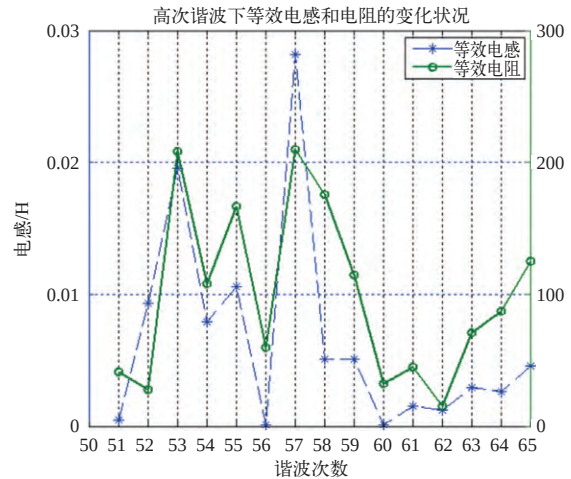


图2 等效电感和电阻的变化图

显为非线性变化,这足以证明文献[7]用集总参数建立的模型是有严重问题的,因此更换分布参数模型并再进行一次仿真后的结果如图3所示。

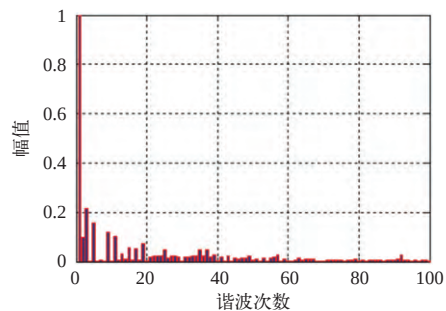


图3 分布参数模型频谱分析图

将文献[8]中模糊处理的均匀传输线进行仿真,如图4所示。

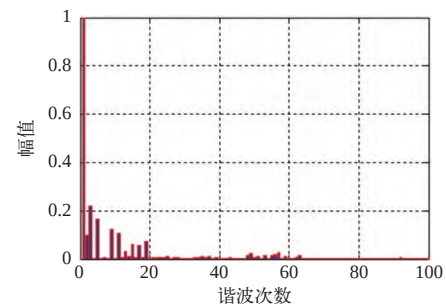


图4 集总参数模型频谱分析图

由图3、图4可以看出,在对同一套采样数据的频谱分析中,分布参数模型要比集总参数模型的分析结果完备。

而通过研究得知,此现象产生的原因是源于传输线上谐波谐振导致的,由于所选取的采样数据因环境原因导致谐波含量高的频次较多。因而

可以观察到,谐波主要集中于3次、5次、7次、9次和60次谐波左右。

模型建立上容易产生因对线路模型简化而带来的信息失真,同样地,对于频谱分析方法也会因为分析方法的不充分以及采样点不足而导致分析结果不准确。

周期拟合函数傅里叶频谱分析算法

信号离散化后会丢失一定量的信息,采样点的多少将决定丢失量的大小。首先采用分段拟合抽样函数来代替采用直接抽样函数,然后先分段积分再求和,而非直接离散求和来求解连续周期信号的频谱。这样比直接在离散化的状况下进行求和要更加准确,将所有离散信息分成 N 段后先分别积分再求和,所丢失的信息量大为减少,与原信息更为接近。下面先对离散傅里叶变换和快速傅里叶变换进行介绍后,以便进一步说明。

1. 分段优化拟合周期函数频谱分析的FFT形式

将连续函数频谱分析离散化后^[9]得

$$\tilde{A}_{kn} = e^{-i\frac{2k\pi}{N}n} \int_0^h x_m(t) e^{-i\frac{2k\pi}{N}t} dt \quad (5)$$

积分式(1)后可以得到 $\tilde{A}_{kn}$ 和 $\tilde{A}_k$ 的表达式^[10],当 $m=1$ 时

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{kn} &= \frac{iNh}{2k\pi} \left[\frac{iN}{2k\pi} e^{-i\frac{k\pi}{N}n} + (1 - \frac{iN}{2k\pi}) e^{-i\frac{2k\pi}{N}(n+1)} \right] x[(n+1)h] + \\ &\quad \frac{iNh}{2k\pi} \left[\frac{iN}{2k\pi} e^{-i\frac{2k\pi}{N}(n+1)} - (1 + \frac{iN}{2k\pi}) e^{-i\frac{2k\pi}{N}n} \right] x(nh) \end{aligned} \quad (k \neq 0) \quad (6)$$

对 $\tilde{A}_{kn}$ 和 $\tilde{A}_0$ 在一个周期内 $[0, N-1]$ 求和后得到 $\tilde{A}_k$ 、 $\tilde{A}_0$ 即

$$\begin{aligned} \tilde{A}_k &= \frac{N}{(k\pi)^2} \sin^2 \left(\frac{k\pi}{N} \right) \sum_{n=0}^{N-1} e^{-i\frac{2k\pi}{N}n} x(nh) + \frac{i}{2k\pi} \left[\frac{iN}{2k\pi} e^{-i\frac{2k\pi}{N}} + \right. \\ &\quad \left. (1 - \frac{iN}{2k\pi}) e^{-i\frac{2k\pi}{N}(n+1)} \right] [x(N-0) - x(0)] \\ \tilde{A}_0 &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(nh) + \frac{h}{2N} [x(N-0) - x(0)] \end{aligned} \quad (7)$$

2. 拟合函数频谱分析的优化FFT形式

式(7)是连续信号 $x(t)$ 在区间 $[nh, (n+1)h]$ 上的 $m(m=1)$ 次插值的傅里叶变换表达式,下面分别

讨论式(7)与快速傅里叶变换(FFT)的关系。

令 $W = e^{-i\frac{2\pi}{N}}$,式(7)中的 $x(nh)$ 用 $x(n)$ 代替。当 $m=7$ 时,则式(7)可以表示成

$$\begin{aligned} \tilde{A}_0 &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [W^{0n} x(n)] + \frac{1}{2N} [x(N-0) - x(0)] \\ &= \beta_1(0) X(0) + Y_1(0) \\ \tilde{A}_k &= \frac{N}{(k\pi)^2} \sin^2 \left(\frac{k\pi}{N} \right) \sum_{n=0}^{N-1} [W^{0n} x(n)] + \frac{i}{2k\pi} [1 - \\ &\quad \frac{N}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{N} e^{i\frac{k\pi}{N}}] [x(N) - x(0)] \\ &= \beta_1(k) X(k) + Y_1(k) \end{aligned} \quad k=1, 2, \dots, N-1 \quad (8)$$

将式(8)写成矩阵型,即

$$\begin{pmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{A}_0 - Y_1(0)}{\beta_1(0)} \\ \frac{\tilde{A}_1 - Y_1(1)}{\beta_1(1)} \\ \vdots \\ \frac{\tilde{A}_{N-1} - Y_1(N-1)}{\beta_1(N-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W^0 & W^0 & \dots & W^0 \\ W^0 & W^1 & \dots & W^{(N-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ W^0 & W^{(N-1)} & \dots & W^{(N-1)(N-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中,连续信号 $x(t)$ 傅里叶变换后的频谱分析即等价于快速傅里叶变换的频谱分析表达式,式(9)

在FFT后再求解 $\tilde{A}_k$,且 $\tilde{A}_k$ 的误差最大值表达式为

$$\begin{aligned} T_{\max}(k) &= \frac{T^2}{12N^2} (1 \pm i) x^{(4)}(\xi) \theta(k) \\ &\quad (0 \leq \theta(k) \leq 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^{(4)}(\xi) &= \max[x^{(4)}(\xi_1), x^{(4)}(\xi_2), \dots, x^{(4)}(\xi_{N-1})] \\ &\quad (nh \leq \xi_n \leq (n+1)h) \end{aligned} \quad (10)$$

由式(9)可知,用快速傅里叶变换求分段拟合函数的频谱之间只差一个修正函数或补偿函数。它们能用同一个FFT程序,并且误差限取决于拟合插值函数的次数或采样点数。现用表达式 $\beta_1(k)$ 、 $Y_1(k)$ 来修正当前被广泛使用的连续信号频谱

分析仪，能够大幅度提高其准确度。硬件实现简单操作，具有良好的推广作用。

提出仿真算式并运用优化法

对高铁牵引系统中的实测值采样后经过谐波分析发现，在3次、5次、7次、9次、11次、19次、23次、35次、49次、57次和63次等次谐波较为严重，甚至可以得出121次、153次和179次等高次谐波，于是可以拟合出理论上的仿真算式为

$$f(t)=\sum_n l_n \sin(314tn) \tag{11}$$

式中， n 为典型谐波次数； l_n 为谐波含量基准值的标么值。

首先对仿真算式在一个周波内求取128个采样点进行基本的傅里叶变换，然后对相同的采样点在优化函数频谱分析法下进行重新分析，结果对比如表1所示。

表1 改进法运用前后对比表

谐波次数	标准值	改进前（1）	改进后
1	1	1.000 2	1.000 1
3	0.21	0.214 9	0.205 3
5	0.15	0.158 6	0.153 3
9	0.117	0.119 6	0.117 6
11	0.093	0.101 6	0.093 5
19	0.069	0.072 6	0.069 8
23	0.048	0.050 2	0.049 8
35	0.024	0.025 3	0.024 5
49	0.021	0.022 1	0.021 4
57	0.015	0.016 4	0.015 3
63	0.012	0.012 9	0.012 3

从表1中明显可以看出，运用分段函数频谱分析法后，分析值要更接近于标准值。因此可以认为，此方法在实测值的运用中也会具有相应的优化效果。

实测值在应用新方法后的对比

1. 实测数据处理

既然新方法对于仿真算式都有较好的优化，则一定在实测值上具有类似的优化效果，于是对实测值修正前后进行对比，如图5、图6所示。

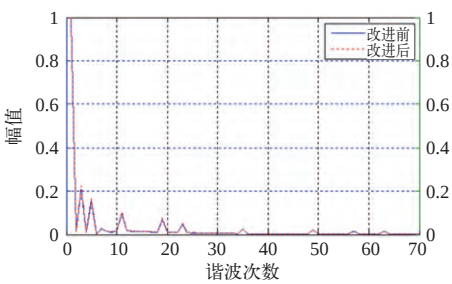


图5 分析法使用前后对比图

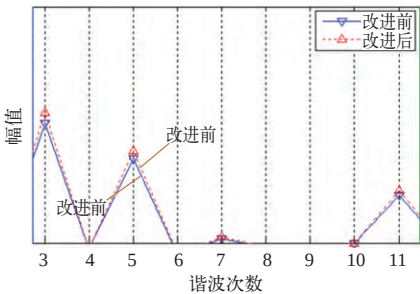


图6 分析法使用前后对比局部放大图

经计算可得，此时改进率高达5%左右，改进效果显著。

2. 混叠误差的抑制

在连续信号频谱进行数字处理时，由于 $x(n)$ 、 $X(k)$ 均为有限长序列。而傅里叶变换理论指出，其时宽无限的信号，频宽可能是有限的；反之亦然。因此，没有有限时宽的限带信号。对频宽无限的信号采样后，在频域中会出现混叠误差，形成频谱失真，不能反映原信号的全部信息^[11]。

此时加入121次、153次和179次等高次谐波后，使用通常的FFT分析后失真进一步严重，此时使用优化的分段函数频谱分析法验证，如表2所示。

表2 加入高次谐波后分析法运用前后对比表

谐波次数	标准值	改进前（2）	改进后
1	1	1.000 2	1.000 1
3	0.21	0.218 594	0.208 379 5
5	0.15	0.159 536	0.155 599 5
9	0.117	0.121 776	0.119 364
11	0.093	0.103 696	0.094 902 5
19	0.069	0.074 136	0.070 847
23	0.048	0.051 212	0.049 547
35	0.024	0.025 612	0.024 867 5
49	0.021	0.022 92	0.021 721
57	0.015	0.016 556	0.015 529 5
63	0.012	0.013 224	0.012 484 5

从表2中可以看出,改进效果显著,这是因为信号离散化后,会丢失一定量的信息,而将所有离散信息分成 N 段后先分别积分再求和,这样所丢失的信息量就大为减少,与原信息更为接近。因此,这就使得混叠误差有所改善。此时改进率高达10%左右,改进效果得到进一步体现。

结束语

高铁牵引系统中存在大量的谐波,使用集总参数模型进行线路仿真将会因为对输电线路的过于理想化而缺少对线路系统的实际情况考虑,导致谐波分析失真,尤其是高频带部分。在进行谐波分析时,由于采样点量小,导致FFT分析结果失真严重,甚至混叠误差因大量高频谐波混入变得较为严重。所提出的分段函数频谱分析法较好地改善了谐波分析中出现的计算方法复杂、延时严重和采样点数要求较高等问题^[12]。

为了更好地验证所提方法的优势,推算出对实测值拟合的仿真算式进行验证分析。由于仿真算式中每一项的系数即为基准值,这就可以充分判定分段函数频谱分析法较FFT所体现出的显著优化效果。故可以认为,分段函数频谱分析法也同样适用于实测值的优化分析中。

根据分段函数频谱分析法的推导过程以及计算结果可以发现,在谐波含量较高的情况下,该方法对频谱分析中常见的混叠效应具有良好的消除作用,且该方法只需要在傅里叶变换的计算式中乘以相应的修正系数,故具备很好的理论推广和硬件实现作用。

参考文献

[1] Barros J, Diego R I. On the use of the hanning window for harmonic analysis in the standard frame-

work [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 21 (1): 538-539.

[2] Qian H, Zhao R X, Chen T. Interharmonics analysis based on interpolating windowed FFT algorithm [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2007, 22 (2): 1064-1069.

[3] 卿柏元,滕召胜,高云鹏,等.基于Nuttall窗双谱线插值FFT的电力谐波分析方法[J].中国电机工程学报,2008,28(25):153-158.

[4] 戴先中,唐统一.周期信号谐波分析的一种新方法[J].仪器仪表学报,1989,10(3):248-250.

[5] Dušan Agre. Interpolation in the frequency domain to improve phase measurement [J]. Measurement, 2008, 41 (2): 230-235.

[6] 邱关源.电路[M].5版.北京:高等教育出版社,2008.

[7] 冯士刚,艾芊.一种谐波负荷建模的新方法[J].电力系统自动化,2007,31(17):26-30.

[8] 周辉,吴耀武,姜素华,等.基于模态分析和虚拟支路法的串联谐波谐振分析[J].中国电机工程学报,2007,27(28):84-89.

[9] 熊元新,刘涤尘.函数拟合连续信号的频谱分析[J].武汉水利电力大学学报,2000,33(6):61-63,71.

[10] 李庆扬,王能超,易大义.数值分析[M].北京:清华大学出版社,2008.

[11] 高西全,丁玉美.数字信号处理[M].西安:西安电子科技大学出版社,2008.

[12] Quinn B G. Estimating frequency by interpolation using fourier coefficients [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42 (5): 1264-1268.

(收稿日期:2014-08-03) EA

~~~~~

欢迎订阅 欢迎投稿 欢迎刊登广告