

光通信中基于BIBD对QC-LDPC码的一种新颖构造方法

为了满足光通信对纠错码高码率和低误码率的要求,基于平衡不完全区组设计(BIBD)、循环矩阵分解和循环置换矩阵,提出了准循环低密度奇偶校验(QC-LDPC)码的一种新颖构造方法。该方法利用Bose的第二类方法来构造低密度校验矩阵,并对其进行循环列分解得到相应的模板矩阵,再利用合适的循环置换矩阵对其进行扩展。采用该方法所构造的QC-LDPC码具有良好的结构,且可根据实际需要来灵活地选择调整码长和码率。仿真分析表明:在误码率为 10^{-6} 时其码率均为93.7%的情况下,用该方法构造所的新颖QC-LDPC(20208, 18948)码比ITU-T G.975中RS(255, 239)码的净编码增益(NCG)改善了约2.2 dB,且比ITU-T G.975.1中LDPC(32640, 30592)码的NCG改善了约1.6 dB。因此该方法所构造的QC-LDPC码具有更好的纠错性能,更适合高速长距离的光通信系统。

化希耀/塔里木大学西域文化研究院 苏博妮/四川文理学院 王 睿/哈尔滨移动公司无线优化室



化希耀/讲师

关键词/Keywords

光通信系统 ·
平衡不完全区组设计 ·
准循环低密度奇偶校验码 ·
循环矩阵分解 ·
循环置换矩阵 ·

光通信系统中的光纤信道属于高信噪比信道,一般要求信道的输出误码率很低^[1]。因而就有必要把前向纠错(FEC)技术应用到光通信系统中来降低其系统误码率,改善其通信的可靠性。但随着光通信系统向着更长距离、更大容量和更高速度发展,光纤中的传输效应会不断积累,日益恶化,严重阻碍传输距离和传输速度的进一步改善^[1-2]。因而就不断要求应用纠错性能更为优越的FEC码型到光通信系统来进一步改善其通信的可靠性^[2-3]。而低密度奇偶校验(Low Density Parity Check,

新疆生产建设兵团普通高校人文社会科学重点研究基地塔里木大学西域文化研究院开放课题基金(XY1408),塔里木大学校长基金硕士项目(TDZKSS201414),塔里木大学高等教育研究项目(2013034)。

LDPC)码是一种性能非常接近香农限的好码^[4]。LDPC码是Gallager于1962年在其博士论文中提出的^[5],但是受到当时的计算机发展水平的限制,并没有引起人们的关注。直到1996年Mackay和Neal等人对LDPC码的大量研究才引起人们的广泛关注和研究热潮^[4]。根据LDPC构造方法的不同可以将LDPC码分为随机构造LDPC码和结构构造LDPC码^[6-8]。随机构造的LDPC码虽然具有较好纠错性能,但是不利于硬件实现^[9]。结构化构造的LDPC码一般都具有准循环特性,易于硬件实现^[10]。近年来迅速发展的QC-LDPC码就是结构化构造的一个重要分支,由于其校验矩阵具有较好的结构,可以通过反馈移位寄存器实现线性复杂度的编码,因而得到了广泛的应用。为了满足光通信对纠错码高码率低误码率的要求,本文将平衡不完全区组设计(Balanced Incomplete Block Design, BIBD)和循环矩阵分解相结合构造相应的模板矩阵,再利用合适的循环置换矩阵对其进行扩展,得到一种码长码率可以灵活选择调整且无四环的QC-LDPC码。

平衡不完全区组设计(BIBD)、循环矩阵分解与循环置换矩阵

首先简要介绍Bose所提出的第二类BIBD^[11]准循环低密度奇偶校验码。令 t 是一个正整数, $20t+1$ 可以表示为某个素数的幂次方。设 x 为伽罗华域 $GF(20t+1)$ 的本原元,且其满足

$$x^{4t} + 1 = x^c \quad (1)$$

式中, c 是小于 $20t+1$ 的正奇数。

则可以得到具有如下参数的BIBD: $m=20t+1$ 、 $n=t(20t+1)$ 、 $\gamma=5$ 、 $\rho=5t$ 、 $\lambda=1$ 。首先构造 t 个基块

$$B_i = \{x^{2i}, x^{2i+4t}, x^{2i+8t}, x^{2i+12t}, x^{2i+16t}\} \quad 0 \leq i < t \quad (2)$$

对于每个基块, 将伽罗华域中的每个元素与该基块相加得到 $20t+1$ 个集合, 这样就可以得到 $t(20t+1)$ 个集合, 将这些集合看成BIBD的区组, 故该BIBD还可以用对应的相关矩阵 H 来描述, 该矩阵的行重为 $5t$ 、列重为 5 且 $\lambda=1$ 的 $(20t+1) \times t(20t+1)$ 阶的矩阵。因为每个基块对应不同的循环矩阵, 所以BIBD块的相关矩阵可以写成行循环形式

$$H = [Q_1 \ Q_2 \ \cdots \ Q_i \ \cdots \ Q_t] \quad 0 < k \leq t \quad (3)$$

式中, Q_i 是一个具有相同行重和列重的循环矩阵。

因此 H 是一个 $(20t+1) \times k(20t+1)$ 阶的矩阵。由于BIBD块的参数 $\lambda=1$, 所以构造的低密度奇偶校验矩阵的围长至少为6。

而循环矩阵分解有列分解和行分解两种。本文采用列分解的方法, 一个 $n \times n$ 的循环矩阵 G , 列重为 δ , 可以将 G 分解为 t 个 $n \times n$ 的循环矩阵。下面详细讲解分解过程, 令 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_t$ 均为正整数, 其中 $1 \leq t \leq \delta$, $1 \leq \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_t \leq \delta$, $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_t = \delta$ 。取 G 得第一列 g_1 , 可以将 g_1 分解为长度均为 n 的 t 列 $g_1^{(1)}, g_1^{(2)}, \dots, g_1^{(t)}$, 将 g_1 的前 ω_1 个1分配在 $g_1^{(1)}$ 对应的位置, 接着将后面的 ω_2 个1分配在 $g_1^{(2)}$ 对应位置, 依此类推, 最后 ω_t 个1分配在 $g_1^{(t)}$ 对应的位置。对每个 $g_1^{(i)}$ 循环移位 n 次, 这样就得到 t 个循环矩阵 $G_1, G_2, \dots, G_t$, 都是 G 的子阵, 列重分别为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_t$ 。

接着, 再简述一下循环置换矩阵的概念, 一般称满足下面条件的方阵为循环置换矩阵:

1) 方阵的每一行和每一列有且仅有一个1元素, 其他元素均为0元素。

2) 方阵的每一行都是上一行的循环右移一位, 第一行是最后一行的循环右移一位; 每一列都是前一列的循环下移一位, 第一列是最后一列的循环下移一位。循环置换矩阵的阶数就是方阵的维数。

一种基于BIBD对QC-LDPC码校验矩阵的新颖构造方法

本文对QC-LDPC码校验矩阵的构造方法的总体思想是将BIBD和循环矩阵分解相结合来构造QC-LDPC码的校验矩阵, 并将其校验矩阵作为模板矩阵, 再用循环置换矩阵和全零矩阵对其进行扩展。这里先对式(3)中的循环矩阵 Q_i 进行列分解, 因为Bose所提出的第二类BIBD构造的QC-LDPC码的列重为 5 , 所以对第二类的 Q_i 进行列分解, 若取 $\omega_1=4$, $\omega_2=1$, 就得到列重分别为 $\omega_1=4$ 和 $\omega_2=1$ 的新的循环矩阵 Q_{i1} 和 Q_{i2} ; 如果取 $\omega_1=3$, $\omega_2=2$, 则得到列重分别为 $\omega_1=3$, $\omega_2=2$ 的新的循环矩阵 Q_{i1} 和 Q_{i2} 。若只取 Q_{i1} 就可以构造出新的列重为4或3的循环矩阵为

$$H = [Q_{11} \ Q_{21} \ \cdots \ Q_{t1} \ \cdots \ Q_{k1}] \quad (4)$$

将 H_1 作为模板矩阵, 用循环置换矩阵和全零矩阵对其进行扩展得到本文构造的低密度奇偶校验矩阵, 因为Bose提出的第二类BIBD构造的 H 矩阵围长至少为6, 而采用循环矩阵列分解后得到的模板矩阵 H_1 的围长是大于等于 H 的围长, 所以至少也为6。再用循环置换矩阵和零矩阵对其进行扩展所得到的校验矩阵的围长是大于等于模板矩阵的围长, 至少为6。因此, 利用本文所提出的QC-LDPC码校验矩阵的这种新颖方法所构造获得的QC-LDPC码就一定没有四环现象。

令用于扩展的循环置换矩阵的阶数为 n , 则本文的方法所构造的规则QC-LDPC码的码长为 $nk(12t+1)$, 行重为 $3k\omega_1$, 列重为 ω_1 , 码率至少为 $(k-1)/k$, 可以根据实际的需要选择不同的 k 值来灵活调整码长和码率。

仿真性能分析

利用该新颖构造方法, 针对Bose第二类BIBD块, 选取 $t=21$, $k=16$, 则本原元 $x=2$, 正奇数 $c=227$, 对循环矩阵列分解时取 $\omega_1=4$ 、 $\omega_2=1$, 根据式(4)可以得到列重为4的模板矩阵, 再用三阶的单位矩阵和三阶的全零矩阵对其进行扩展得到规则的QC-LDPC(20208, 18948)码,

码率为0.937。运用Matlab软件进行仿真，仿真环境为高斯白噪声信道（AWGN），采用BPSK调制，译码算法采用和积译码算法（SPA），迭代次数为16时所得仿真结果如图1所示。在BER = 10^{-6} 时，QC-LDPC（20208，18948）码比ITU-T G.975^[12]中广泛应用于光通信系统中的经典RS（255，239）码改善了约2.2 dB，并且比ITU-T G.975.1^[13]中的LDPC（32640，30592）改善了约1.6 dB，距离香农限约0.98 dB。需要特别说明的是，本文所构造的QC-LDPC（20208，18948）码与ITU-T标准中RS（255，239）码和LDPC（32640，30592）码具有相同的码率，均为0.937。

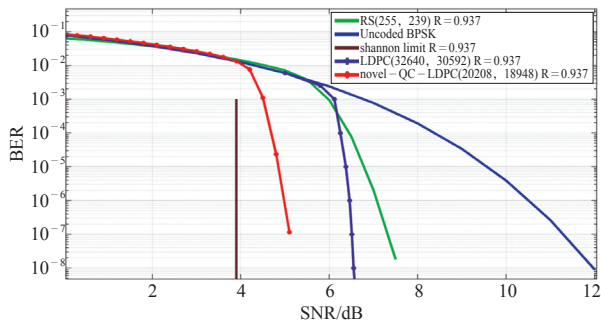


图1 QC-LDPC（20208，18948）码与RS（255，239）码以及LDPC（32640，30592）码的纠错性能对比图

结束语

本文基于BIBD、循环矩阵分解和循环置换矩阵相结合而提出QC-LDPC码的一种新颖构造方法，该构造方法可根据实际需要灵活地选择调整码长和码率。仿真分析表明：应用该构造方法所构造的QC-LDPC码比ITU-T G.975中广泛应用于光通信系统中的经典RS（255，239）和ITU-T G.975.1中LDPC（32640，30592）码均具有更好的纠错性能。所以本文所提出的QC-LDPC码新颖构造方法更适用于构造高速长距离光通信系统的QC-LDPC码。

参考文献

[1] Nakazawa, Masataka, Kikuchi, et al. High spectral density optical communication technologies

[M]. New York: Springer, 2010.

- [2] Yuan Jianguo, Ye Wenwei, Jiang Ze, et al. A novel Super-FEC code based on concatenated code for high-speed long-haul optical communication systems [J]. Optics Communications, 2007, 273 (2): 421-427.
- [3] Yuan Jianguo, Liu Feilong, Ye Wenwei, et al. A new coding scheme of QC-LDPC codes for optical transmission systems [J]. OPTIK, 2014, 125 (3): 1016-1019.
- [4] MacKay D J C, Neal R M. Near Shannon limit performance of low density parity check codes [J]. Electronics Letters, 1996, 32 (18): 1645-1646.
- [5] Gallager R G. Low density parity check codes [M]. Cambridge, Mass: MIT Press, 1963.
- [6] 袁建国, 刘文龙, 黄胜, 等. 光通信系统中QC-LDPC码的新颖构造方法 [J]. 北京邮电大学学报, 2013, 36 (3): 20-24.
- [7] 袁建国, 栗婵媛, 黄胜, 等. 光通信中基于BIBD与循环矩阵分解的QC-LDPC码新颖构造方法 [J]. 光电子·激光, 2013, 24 (9): 1698-1701.
- [8] Ammar B, Honary B, Yu Kou, et al. Construction of low-density parity-check codes based on balanced incomplete block designs [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2004, 50 (6): 1257-1268.
- [9] Daniel Hösl, Erik Svensson. Low-density parity-check codes for magnetic recording [D]. Zurich Switzerland: Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2000.
- [10] Djordjevic I B, Ryan W, Vasic B. Coding for optical channels [M]. New York: Springer, 2010.
- [11] Bose R C. On the construction of balanced incomplete block designs [J]. Annals of Eugenics, 1939, 9 (4): 315-414.
- [12] ITU-T G.975 Forward error correction for submarine systems [S]. 2000.
- [13] ITU-T G.975.1 Forward error correction for high bit-rate DWDM submarine systems [S]. 2004.

(收稿日期: 2015-02-10) **EA**