

超级电容器等效电路模型参数辨识算法比较研究

超级电容器等效电路模型参数是分析超级电容器电气特性和对其进行视情维护的重要参考依据。参数辨识结果的准确性直接影响超级电容器电气性能和当前使用状态的分析结果。从模型准确度与误差分析的角度出发,分别基于广义误差准则和输出误差准则推导模型参数辨识的优化目标函数,并相应地采用递推最小二乘法和粒子群优化算法实现模型参数辨识。通过实验和仿真手段对两种误差准则和算法的参数辨识结果及模型准确度进行分析和对比,结果表明两种参数辨识算法均可用于解决超级电容器等效电路模型参数的辨识问题,但是基于输出误差准则和粒子群优化算法可以获得更准确的结果。

赵洋^{1,2} 姜鸣¹ 刘学良¹/1. 东莞理工学院电子工程学院 2. 同济大学电子与信息工程学院



赵洋/讲师

关键词/Keywords

超级电容器·
等效电路模型·
参数辨识·
广义误差准则·
输出误差准则·

超级电容器也称电化学超级电容器,因其具有功率密度大、充放电效率高以及使用寿命长等优点成为一种极具应用前景的储能器件,并已在电梯节能运行、分布式发电和电动汽车等应用领域中开展广泛研究^[1-5]。为满足实际应用系统对超级电容器储能系统的使用要求,并能对超级电容器单体和储能系统整体性能及使用寿命进行量化分析和评估,需要建立一个可准确描述超级电容器电气特性的模型并在此基础上辨识出模型参数^[6]。针对建模问题,等效电路模型利用基本电路元件(电阻、电容)来模拟超级电容器的工作特性,方法简单直观,而且超级电容器在使用过程中受到实际工况的影响而发生电气特性的变化在本质上也可以通过模型参数的变化情况来表征,因此采用等效电路模型对

超级电容器进行性能分析计算及模型仿真是非常有利的^[7]。基于此本文以等效电路模型作为研究对象,针对模型参数辨识问题,从系统辨识角度出发,在模型结构确定的基础上(即等效电路模型结构已知)采用参数辨识算法对模型参数进行求解属于灰箱辨识问题。辨识问题需要基于某种误差准则进行,常用的有广义误差准则和输出误差准则两种^[8]。本文分别采用递推最小二乘法和粒子群优化算法辨识超级电容器等效电路模型参数,并通过实验和仿真结果对两种算法的特点、辨识效果和适用性进行深入分析。

超级电容器等效电路模型

超级电容器在物理结构上主要由多孔电极和电解液构成,多孔电极和电解液构成空间分布的两相界面,电荷就存储于微孔内的电极和电解液界面两侧。因此根据其工作原理可以把多孔电极的每个微孔等效成RC串联环节从而构成超级电容器分布电路参数模型^[9]。从宏观角度来看,利用电路串并联原理可以将每个微孔的等效电路进一步综合等效成梯形等效电路模型^[10-11]。根据梯形等效电路模型中电容元件的个数可以确定模型的阶次。基于先前研究的成果^[7]可知二阶梯形等效电路模型在模型准确度和复杂度之间比较好的折中,因此本文仍以二阶梯形等效电路模型作为研究对象。其具体的模型结构图如图1所示。参数 R_1 、 R_2 、 R_3 、 C_1 和 C_2 为待辨识模型参数。

国家自然科学基金项目(51407031)。

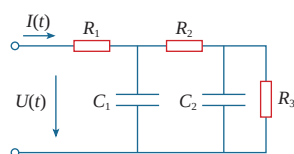


图1 超级电容器等效电路模型结构图

基于误差准则的辨识算法描述

误差准则是指在辨识模型参数时采用的目标函数。根据系统辨识原理，常用的误差准则主要包括广义误差准则和输出误差准则两种。二者之间的差别如图2所示。

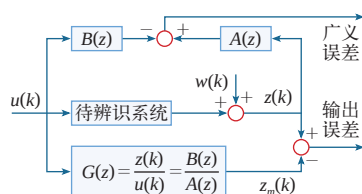


图2 输出误差准则和广义误差准则比较

从图2可以看出采用广义误差准则可以保证参数辨识的优化函数与待辨识参数之间呈线性关系，因此其优化问题可以采用最小二乘法实现。而采用输出误差准则建立的优化目标函数关于待辨识模型参数空间是非线性的，因此需要采用非线性优化算法进行求解。

1. 递推最小二乘法

最小二乘法是一种基于广义误差准则的参数辨识算法。为了能够实现参数的在线辨识，可以采用递推最小二乘法^[8]。其基本思想如式（1）所示

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \text{修正项} \quad (1)$$

式中， $\hat{\theta}(k)$ 为当前估计值； $\hat{\theta}(k-1)$ 为上次估计值。

设辨识模型的差分方程为

$$z(k) = -a_1 z(k-1) - \dots - a_n z(k-n) + b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m) + v(k) \quad (2)$$

令 $\theta = [a_1 \dots a_n \quad b_1 \dots b_m]^T$ 为待辨识参数。

则递推最小二乘算法的具体描述为

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K_k [z(k) - h^T(k) \hat{\theta}(k-1)] \\ K_k = P_{k-1} h(k) [1 + h^T(k) P_{k-1} h(k)]^{-1} \\ P_k = [I - K_k h^T(k)] P_{k-1} \end{cases} \quad (3)$$

2. 粒子群优化算法

粒子群优化算法是一种基于群体智能的随机

搜索算法，由于粒子的搜索空间可以直接映射到连续空间，因此可以解决非线性连续函数优化问题。具体算法描述如下^[12]。

设搜索空间的维数为 Q ，粒子数为 n 。则每个粒子的位置表示为： $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iQ})$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 。每个粒子的速度表示为： $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iQ})$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 。

每个粒子在搜索过程中要考虑两个最优值：

①自己搜索到的历史最优值；②全部粒子搜索到的最优值。分别表示为： $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iQ})$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ； $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gQ})$ 。则每一步迭代中，粒子更新公式如下

$$\begin{cases} v_{id}^{k+1} = \omega v_{id}^k + c_1 \xi (p_{id}^k - x_{id}^k) + c_2 \eta (p_{gd}^k - x_{id}^k) \\ x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1} \end{cases} \quad (4)$$

式中， ω 为惯性权重，反映上一代粒子速度对当前代粒子速度的影响； c_1 和 c_2 为加速因子，分别代表粒子向个体极值和全局极值靠近过程的调整权重，通常统一设定为常数2； ξ 和 η 为 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数，用来保证群体的多样性。

参数辨识算法实现

1. 等效电路模型对应连续传递函数推导

根据图1可求得等效电路模型对应的连续传递函数为

$$G(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (5)$$

令 $\Psi = [a_0, a_1, b_0, b_1, b_2]$ ，其中

$$\begin{cases} b_2 = (C_1 C_2 R_1 R_2 R_3) / C_1 C_2 R_2 R_3 \\ b_1 = (C_1 R_1 R_2 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3 + C_2 R_2 R_3) / C_1 C_2 R_2 R_3 \\ b_0 = (R_1 + R_2 + R_3) / C_1 C_2 R_2 R_3 \\ a_1 = (C_1 R_2 + C_1 R_3 + C_2 R_3) / C_1 C_2 R_2 R_3 \\ a_0 = 1 / C_1 C_2 R_2 R_3 \end{cases} \quad (6)$$

2. 连续传递函数离散化

由于实现参数辨识所需要的实验数据是对连续信号采样而得，因此参数辨识算法是在离散域中实现，所以需要等效电路模型的连续传递函数进行离散化处理。对式（5）采用双线性变换法进行离散化，令

$$s = \frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})} \quad (7)$$

式中, T 为采样周期。得到离散化后的传递函数形式为

$$G(z^{-1}) = \frac{U(z^{-1})}{I(z^{-1})} = \frac{\beta_0 + \beta_1 z^{-1} + \beta_2 z^{-2}}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2}} \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} \beta_0 = (4b_2 + 2b_1 T + b_0 T^2) / (4 + 2a_1 T + a_0 T^2) \\ \beta_1 = (2b_0 T^2 - 8b_2) / (4 + 2a_1 T + a_0 T^2) \\ \beta_2 = (b_0 T^2 + 4b_2 - 2b_1 T) / (4 + 2a_1 T + a_0 T^2) \\ \alpha_1 = (2a_0 T^2 - 8) / (4 + 2a_1 T + a_0 T^2) \\ \alpha_2 = (a_0 T^2 + 4 - 2a_1 T) / (4 + 2a_1 T + a_0 T^2) \end{cases} \quad (9)$$

3. 基于不同误差准则辨识模型推导

(1) 广义误差准则

根据式 (8) 可得对应的差分方程为

$$\begin{aligned} U(k) + \alpha_1 U(k-1) + \alpha_2 U(k-2) \\ = \beta_0 I(k) + \beta_1 I(k-1) + \beta_2 I(k-2) \end{aligned} \quad (10)$$

式中, α_1 、 α_2 、 β_0 、 β_1 和 β_2 为待定系数。将所有待定系数项均置于等式右端可得

$$\begin{aligned} U(k) = -\alpha_1 U(k-1) - \alpha_2 U(k-2) + \\ \beta_0 I(k) + \beta_1 I(k-1) + \beta_2 I(k-2) \end{aligned} \quad (11)$$

令

$$\begin{aligned} \theta = [-\alpha_1, -\alpha_2, \beta_0, \beta_1, \beta_2]^T \\ h = [U(k-1), U(k-2), I(k), I(k-1), I(k-2)]^T \end{aligned}$$

可得到基于广义误差准则的优化目标函数为

$$\begin{aligned} J(\theta) = \sum_{k=1}^n e^2(k) = \sum_{k=1}^n [U(k) - \hat{U}(k)]^2 \\ = [U(k) - h^T(k)\theta]^2 \end{aligned} \quad (12)$$

(2) 输出误差准则

由式 (8) 可进一步得出离散传递函数模型的预测输出为

$$\hat{U}(k) = \frac{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 z^{-1} + \hat{\beta}_2 z^{-2}}{1 + \hat{\alpha}_1 z^{-1} + \hat{\alpha}_2 z^{-2}} I(k) \quad (13)$$

则系统真实输出和模型输出的输出误差为

$$e(k) = U(k) - \hat{U}(k) = U(k) - \frac{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 z^{-1} + \hat{\beta}_2 z^{-2}}{1 + \hat{\alpha}_1 z^{-1} + \hat{\alpha}_2 z^{-2}} I(k) \quad (14)$$

由此可得到基于输出误差准则的优化目标函数如下

$$\begin{aligned} J(\theta) = \sum_{k=1}^n e^2(k) = \sum_{k=1}^n [U(k) - \hat{U}(k)]^2 \\ = \sum_{k=1}^n [U(k) - \frac{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 z^{-1} + \hat{\beta}_2 z^{-2}}{1 + \hat{\alpha}_1 z^{-1} + \hat{\alpha}_2 z^{-2}} I(k)]^2 \end{aligned} \quad (15)$$

4. 求解等效电路模型参数

利用实验中测得的超级电容器的电压电流数据, 分别对式 (12) 和式 (15) 采用递推最小二乘法和粒子群优化算法可以辨识出参数 θ , 再由式 (9) 可以看出, 连续传递函数和离散传递函数中均有 5 个未知参数, 而且两个传递函数的参数之间存在对应的数学关系式, 故可以反求出连续传递函数模型的参数 Ψ , 进而可以进一步根据式 (6) 求得最终的等效电路模型参数。

实验与结果分析

分别采用超级电容器充电和放电两个实验来验证基于不同误差准则和相应参数辨识算法各自的有效性, 并且对辨识结果进行对比分析。实验过程中实时采集充放电电流和超级电容器单体端电压数据。两个实验的环境温度均为 20 ℃, 采样周期均为 1 s。

为量化分析比较基于输出误差准则和广义误差准则的参数辨识对模型仿真准确度的影响, 定义两个评价指标。

1) 绝对输出误差平方和 (Sum of Output Error Square, SOES)。

2) 平均相对输出误差 (Average of Relative Output Error, AROE)。

以上两个指标可以刻画模型的仿真输出与对象真实输出值之间的偏差程度。具体计算公式如式 (16) 和式 (17) 所示

$$SOES = \sum_{i=1}^n (U_i - \hat{U}_i)^2 \quad (16)$$

$$AROE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |(U_i - \hat{U}_i) / U_i| \quad (17)$$

式中, U_i 为第 i 时刻的实测电压值; $\hat{U}_i$ 为第 i 时刻的仿真输出电压值; n 为数据长度。

1. 充电实验验证

充电实验采用等级为 30 A 的电流对超级电容器

进行充电，实测的电流和电压数据构成参数辨识算法中需要用到的输入输出数据组。充电实验的电压电流波形如图3所示。

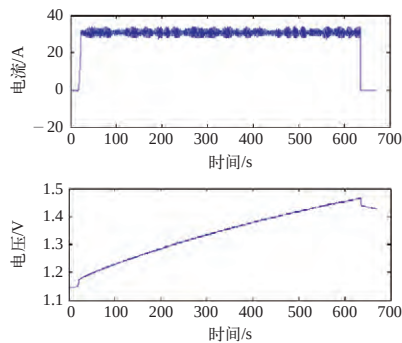


图3 充电实验电流电压波形

利用该实验数据，分别采用递推最小二乘法和粒子群优化算法计算得到的超级电容器等效电路模型参数如表1所示。

表1 充电实验参数辨识结果及模型准确度指标值

参数名称	广义误差	输出误差
R_1/Ω	0.000 65	0.000 73
R_2/Ω	0.000 38	0.005 8
R_3/Ω	0.016 9	0.012 4
C_1/F	1 522	1 564
C_2/F	44 116	66 686
SOES	0.001 9	0.000 3
AROE (%)	0.14	0.06

利用如图3所示的充电电流数据和表1中的模型参数值，在Matlab/Simulink中建立等效电路模型并进行仿真，仿真结果及输出相对误差对比图如图4所示。

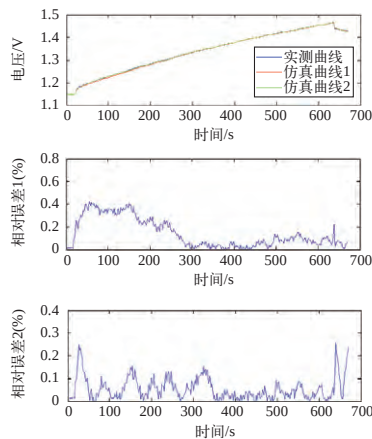


图4 充电实验仿真结果对比图

从表1中SOES和AROE的数值与图4的仿真结果（输出相对误差1为基于广义误差准则的计算结果，输出相对误差2为基于输出误差准则的计算结果）可以看出，基于输出误差准则辨识模型参数使模型的输出误差（仿真误差）大大减小，即该模型具有更高的仿真准确度。

2. 放电实验验证

放电实验仍采用等级为30 A的电流对超级电容器进行放电，实测的电流电压波形如图5所示。

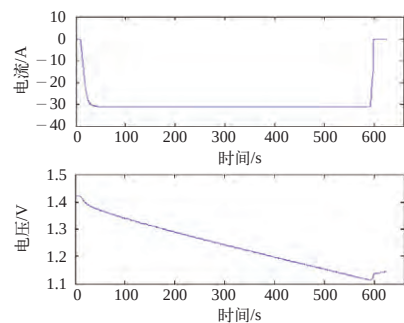


图5 放电实验电流电压波形

针对该实验数据，分别采用两种参数辨识方法计算得到的等效电路模型参数如表2所示。

表2 放电实验参数辨识结果及模型准确度指标值

参数名称	广义误差	输出误差
R_1/Ω	0.000 68	0.000 77
R_2/Ω	0.000 57	0.021 8
R_3/Ω	0.022 6	0.044 9
C_1/F	1 381	2 002
C_2/F	48 815	88 012
SOES	0.004 2	0.000 1
AROE (%)	0.25	0.04

利用如图5所示的放电电流数据和表2中的参数值在Matlab/Simulink环境下对等效电路模型进行仿真，结果如图6所示。可以看出，基于输出误差准则辨识得到的模型具有更小的仿真误差，即模型参数辨识结果更加准确。

综合以上两个实验的对比分析结果可以看出，对于相同实验数据基于输出误差准则求解的结果（平均相对输出误差小于0.1%）优于基于广义误差准则的计算结果，因而能更准确地描述超级电容器的当前电气特性。

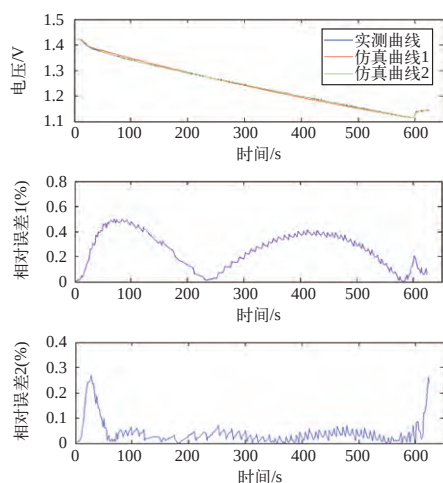


图6 放电实验仿真结果对比图

结束语

本文针对超级电容器等效电路模型参数辨识问题进行对比研究,目的是为在实际应用中选择具体的参数辨识算法提供参考依据。基于文中所述具体算法、实验与仿真结果可以得出以下结论。

1) 基于广义误差准则和递推最小二乘法辨识得到的模型参数不能保证模型的输出误差最小,但该方法稳定性好,辨识成本低,易于实现在线辨识。

2) 基于输出误差准则并结合智能优化算法可以获得更准确的辨识结果,即模型的仿真准确度也更高,可以更准确地描述超级电容器的电气特性。但是由于需要采用非线性优化的方法进行求解,这会增加辨识成本和时间。

3) 两种参数辨识算法都可以解决超级电容器等效电路模型的参数辨识问题。在实际应用中,究竟选择哪种参数辨识方法需要结合实际的需求,如运算时间、期望准确度和实现成本等具体指标来综合作出选择。

参考文献

- [1] 邓哲,周峰武,金灵辉,等. 基于超级电容储能与自适应功率预测模型的电梯制动能量回收系统并网功率优化控制[J]. 电工技术学报, 2013, 28(9): 205-213.
- [2] 宫成,焦然,迟忠君,等. 超级电容在电梯节能

中的应用[J]. 电气应用, 2014, 33(22): 53-58.

- [3] Tao W, Sun W, Du Chen. Research on super-capacitor and battery hybrid energy storage system applied in micro-grid [C]. 2012 International Conference on Control Engineering and Communication Technology (ICCECT), 2012: 157-160.
- [4] Burke A, Miller M. The power capability of ultracapacitors and lithium batteries for electric and hybrid vehicle applications [J]. Journal of Power Sources, 2011, 196(1): 514-522.
- [5] Burke A. Ultracapacitor technologies and application in hybrid and electric vehicles [J]. International Journal of Energy Research, 2010, 34(2): 133-151.
- [6] 赵洋,张逸成,孙家南,等. 混合型水系超级电容器建模及其参数辨识[J]. 电工技术学报, 2012, 27(5): 186-191.
- [7] 赵洋,韦莉,张逸成,等. 基于粒子群优化的超级电容器模型结构与参数辨识[J]. 中国电机工程学报, 2012(15): 155-161.
- [8] 萧德云. 系统辨识理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014.
- [9] Itagaki M, Suzuki S, Shitanda I, et al. Impedance analysis on electric double layer capacitor with transmission line model [J]. Journal of Power Sources, 2007, 164(1): 415-424.
- [10] Nelms R M, Cahela D R, Tatarchuk B J. Modeling double-layer capacitor behavior using ladder circuits [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(2): 430-438.
- [11] Dougal R A, Gao L, Liu S. Ultracapacitor model with automatic order selection and capacity scaling for dynamic system simulation [J]. Journal of Power Sources, 2004, 126(1-2): 250-257.
- [12] 张文静,赵先章,台宪青. 基于粒子群算法的火炮伺服系统摩擦参数辨识[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2007, 47(增刊2): 1717-1720.

(收稿日期: 2015-01-29) EA