

随机共振的两种仿真方法研究

介绍了利用随机共振效应检测微弱信号的原理，分别通过Matlab编程和Simulink建模研究了系统的随机共振现象。两种仿真结果表明，随机共振能有效地实现微弱周期信号的检测，并且提取出信号的频率。对于强噪声背景下的弱周期信号的检测，Simulink建模方法具有很大的优越性，建模简单且幅值失真较轻。

宋洋洋 程为彬 康思民 高 理 魏 娜/西安石油大学电子工程学院



宋洋洋/硕士研究生

微弱周期信号检测与实际工程结合息息相关，一直是国内外学者研究的热点所在。传统的弱信号检测方法主要是基于时域与频域两种，但是这两种方法对输入信号的信噪比阈值要求很高，难以有效地检测出强噪声背景下的微弱信号。基于非线性系统的弱信号检测技术是近20年才发展起来的新技术。1981年意大利学者Benzi等人在解释冰期周期性递归时首次提出随机共振（SR）理论。传统的信号检测方法认为噪声是有害的，因此通过抑制噪声来检测微弱信号；而SR理论是不把噪声当有害信号处理，是利用噪声的能量检测微弱信号，就是在一定的非线性条件下，由弱周期信号和噪声合作而使得非线性系统增强周期性输出的现象。目前，大多数学者研究SR效应采用Matlab编程方法^[1]，只有个别学者基于Simulink建模研究SR系统的电路实现^[2]。

本文主要介绍基于随机共振理论的检测原理，通过Matlab编程和Simulink建

模对比出两种方法的优缺点。

SR基本理论

系统响应由两种不同时间尺度的力共同驱动，两种力相互竞争/协同使得系统在两稳态间切换。当周期力足够小使得系统不存在切换响应态时，所存在的噪声会使切换偶尔发生。当噪声足够大时，使得在一个正弦周期内切换大量发生时，系统响应则不会展现明显的周期性。周期信号与噪声的有利输出状态切换现象被命名为SR。

经典的SR模型如图1所示。

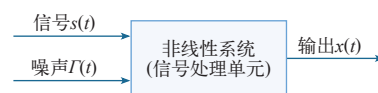


图1 SR的一般结构框图

产生SR现象需要三个基本条件，即非线性系统、输入信号和噪声。由Langevin方程描述的非线性双稳系统是一种研究较多的SR数学模型^[3]

$$x' = ax - bx^3 + s(t) + \Gamma(t) \quad (1)$$

式中， $ax - bx^3$ 为非线性外力场， a 、 b 为结构参数，均为大于0的实数； $s(t)$ 为待测信号； $\Gamma(t)$ 为强度为 D 的高斯白噪声。非线性系统具有势阱 $V(x) = bx^4/4 - ax^2/2$ ，其最小点在 $\pm x_m$ 处， $x_m = \sqrt{a/b}$ ，被垒高为 $\Delta V = a^2/(4b)$ 的势垒所分隔，且垒高在 $x_b = 0$ 处，如图2所示^[4]。该方程实质描述了单位质点同时受到周期外力与噪声驱动时，在双势阱中的过阻尼运动。

将Langevin式（1）写成随机变量 x 的概率分布函数所遵循的福克-普朗克（FPE）方程如式（2）

关键词/Keywords

随机共振 ·
弱信号 ·
检测方法 ·

国家自然科学基金（61174191），陕西省科学技术研究发展计划（2011K06-27），陕西省教育厅产业化培育项目（2013JC08）。

$$f(x) = -\frac{1}{2}ax^2 + \frac{1}{4}bx^4 + x[A\sin(2\pi f_0 t) + n(t)] \quad (2)$$

式中, A 为信号幅值; $n(t)$ 为强度为 D 的噪声信号。

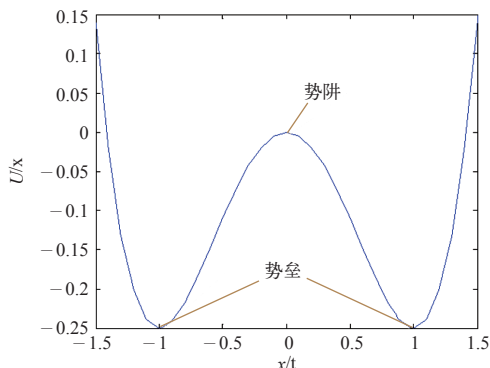


图2 双稳态势阱图

由于 $-\frac{\partial}{\partial x}A\sin(2\pi f_0 t)\rho(x, t)$ 这一非自治项的存在, 式(2)不存在定态解, 也不可能求出任何解的准确表达式, 所以必须求助于各种近似手段来处理这一方程的数学问题, 通常采用的是绝热近似方法。

在绝热近似条件下, 当被测信号噪声强度很小, 即 $A \ll 1$, $D \ll 1$ 时认为强迫系统的吸引域基本上仍由自治的确定性方程决定。得到相应的势函数为式(3)

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}[A\sin(2\pi f_0 t)\rho(x, t) + ax - bx^3] + D\frac{\partial^2}{\partial x^2}\rho(x, t) \quad (3)$$

当仅有噪声没有周期驱动力时, 质点随噪声的驱动不规则地在两个双稳态之间跃迁, 跃迁的高度 $\Delta V = a^2/(4b)$, 跃迁率为 $r_k = (a/\sqrt{2\pi})e^{(-\Delta V/D)}$, 当没有噪声仅有周期驱动力时, 双稳态势阱在信号驱动下按周期驱动力的频率发生周期倾斜变化, 相对垒高交替地上升和下降, A 只要处于临界值 A_c 以下 ($A_c = \sqrt{4a^3/27b}$), 质点仍然只能在某一侧势阱内以周期策动力频率进行局部周期性运动。

然而, 在引入噪声以后即使在 $A < A_c$ 时, 甚至 $A \ll A_c$ 时, 质点也可以从原来的势阱跃迁到另一个势阱, 这是由于在周期外力的作用下, 左右势阱的势垒高度发生周期性的抬高或降低, 尽管周期力很弱, 不足以推动粒子在两势阱间周期性的跃

迁, 但是在噪声与周期信号的共同驱动下, 粒子就会发生周期性跃迁, 并且与周期力同步, 使系统输出功率谱在信号频率处出现峰值, 从而产生随机共振现象。

周期信号SR检测的Matlab编程

Langevin方程是一种非线性随机微分方程, 采用 Runge-Kutta算法进行此微分方程的近似求解^[5]。结合实际工程信号测量将其应用于强噪声背景下的弱信号检测中, 得到了较好的仿真结果^[6]。例如将其应用于井下声波通信信号的检测中^[7], 对于非线性随机共振微分方程, 考虑到求解准确度, 工程上一般采取的是四阶龙格库塔算法, 如式(4)所示

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4] \quad (4)$$

其中, k_1 、 k_2 、 k_3 和 k_4 分别为

$$\begin{aligned} k_1 &= h(ax_n - bx_n^3 + S_n) \\ k_2 &= h[a(x_n + \frac{1}{2}k_1) - b(x_n + \frac{1}{2}k_1)^3 + S_n] \\ k_3 &= h[a(x_n + \frac{k_2}{2}) - b(x_n + \frac{1}{2}k_2)^3 + S_{n+1}] \\ k_4 &= h[a(x_n + k_3) - b(x_n + k_3)^3 + S_{n+1}] \end{aligned} \quad (5)$$

式中, S_n 和 x_n 分别为输入 $S_n(t) = A\sin(2\pi f_0 t) + n(t)$ 和输出 $x(t)$ 的第 n 个样值; h 为数值计算步长, $h = 1/f_s$, 等于采样频率的倒数。为简化起见, 常取势垒参数 $a = 1$, $b = 1$, 此时系统为势阱对称的双稳系统^[8]。在绝热近似小参数条件下, h 取采样频率的倒数, 就能对非常微弱的信号产生很好的SR输出^[9]。

选取信号为 $S_n(t) = A\sin(2\pi f t + \varphi) + n(t)$, 其中 $A = 3$ mV, $f = 0.05$ Hz, $\varphi = 0$ 。加入噪声强度 $D = 10$ mV的高斯白噪声, 系统势函数的结构参数 $a = b = 1$ 。噪声干扰下的信号波形如图3所示。

由图3可以看出噪声已经完全淹没了周期信号, 信号的幅值以及频率特性均被淹没。

经四阶龙格库塔计算后, 得到随机共振微弱信号检测系统的输出如图4所示。

对比图3和图4可以看出, 在噪声完全淹没信号的背景下, 经过四阶龙格库塔计算之后, 可以

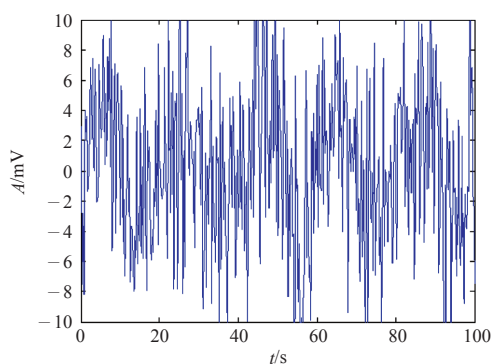


图3 加噪信号

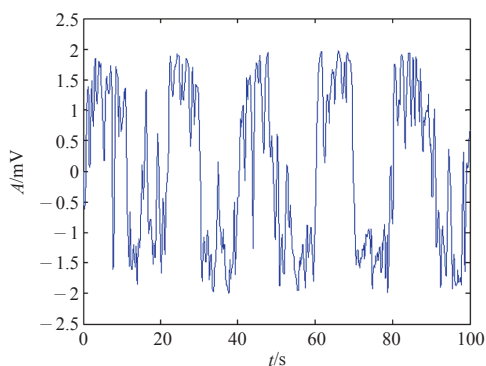


图4 随机共振系统的输出波形

初步检测出周期信号，图4中可以较清楚地看出周期信号的波形，且频率值也可计算出，这是由于在双稳态系统中发生了SR效应，噪声的存在增强了信号的传输能力。仿真后的波形幅值失真较为严重，但此方法可用于检测弱信号的频率。

周期信号SR检测的Smulink建模

Simulink是Matlab中的一种可视化仿真工具，它基于Matlab的框图设计环境，可实现动态系统建模、仿真和分析等功能，被广泛应用于线性系统、非线性系统、数字控制及数字信号处理的建模和仿真中。Simulink可以用连续采样时间、离散采样时间或两种混合的采样时间进行建模，也可用于不同部分具有不同的采样速率的多速率系统的采样。它提供了一种更快捷、直接明了的方式，而且用户可以立即看到系统的仿真结果。

选取信号 $S_n(t) = A \sin(2\pi ft + \varphi) + n(t)$ 作为实验信号，其中 $A = 3 \text{ mV}$ ， $f = 0.05 \text{ Hz}$ ， $\varphi = 0$ ， $n(t)$ 为功率谱密度为1的带宽白噪声，势函数的结构参数 $a = b = 1$ 。根据以上条件进行Simulink仿真实验^[10]，仿

真模型如图5所示。

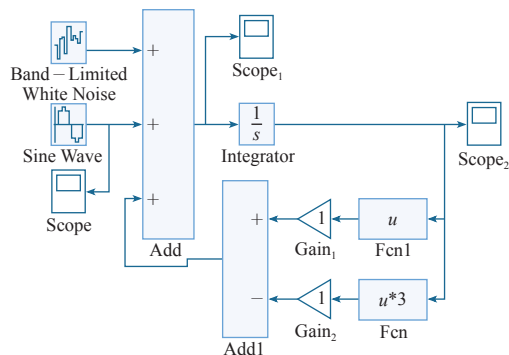


图5 Simulink仿真模型的搭建

图5中，Scope为原始信号输出模块；Scope₁为加噪声信号后的输出模块；Scope₂为系统随机共振后的输出波形；Gain₁、Gain₂分别为系统结构参数 a 、 b ；Sine Wave为原始信号输入模块；Band-limited为噪声信号输入模块；Integrator为积分器。

加入噪声后的仿真图形如图6所示，经由SR系统处理后的系统输出仿真图形如图7所示。

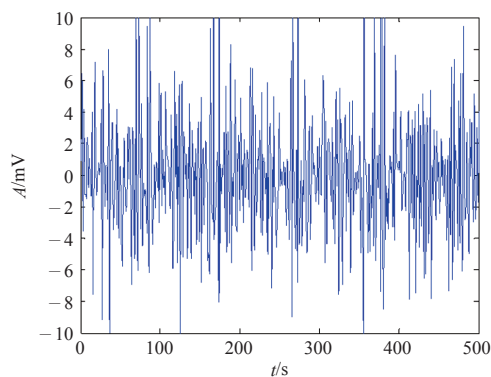


图6 加入噪声后的仿真图形

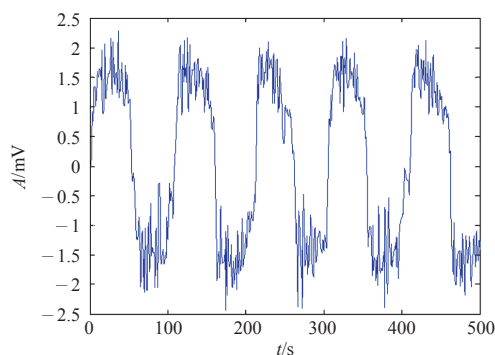


图7 随机共振后的仿真图形

仿真结果说明，在噪声完全淹没信号的强噪声背景下，通过SR系统进行Simulink仿真后，能有效

他检测出待测周期信号,且频率值不变,只是信号的幅值稍微衰减。原周期信号幅值 $A=3\text{ mV}$,经过仿真后的幅值变为 2 mV ,失真并不明显。

在同样的信号和噪声完全淹没信号的背景下,图4与图7相比,Simulink建模仿真的图形失真较轻,周期信号波形明显,产生此现象的原因是Simulink是已经设置好的模块,只需输入参数即可,产生误差小。由此可以得出,SR系统用Simulink仿真方法可以有效地检测出强噪声背景下的周期信号,提高检测信噪比,相比于Matlab编程方法,该方法建模简单,便于观察,且幅值改变不大。

SR与工程实际的结合

对于声波通信信号的检测,采用传统的线性系统技术,如线性滤波、线性放大等抑制噪声可以实现对信号的检测,可当信号与噪声的频率一致或者接近时,这些方法就不可用了;并且当噪声强度很大时,信号的幅频特性完全被影响,要用线性系统技术实现信号的检测就更难。声波通信信号在金属介质中传播时是振荡衰减的,其波形满足非周期SR微弱信号检测理论中待测信号的要求。并且声波通信信号SR检测的数学模型可以方便地用硬件实现,利用SR的Simulink建模方法检测强噪声干扰下的微弱信号,可以解决线性系统信号检测技术中不能完成的一些问题,从而应用到工程实践中。

结束语

本文从SR的基本原理和概念出发,分析了利用SR的理论从信噪比较低的信号中提取出有用信号的基本思路。通过Matlab编程和Simulink建模两种方法进行研究,结果表明,两种方法都能有效地检测出周期信号的频率和幅值,只是Simulink建

模方法简单可行,幅值失真较轻,便于观察,是一种有价值的弱信号检测方法,并可将其应用于实际工程检测弱信号中。

参考文献

- [1] 杨定新,胡莺庆.随机共振在微弱信号检测中的数值仿真[J].国防科技大学学报,2003,25(6):91-94.
- [2] 赵文礼,刘进,殷园平.基于随机共振原理的中低频信号检测方法与电路设计[J].仪器仪表学报,2011,2(4):722-728.
- [3] 董小娟,晏爱君.双稳态系统中随机共振和相干共振的相关性[J].物理学报,2013,62(7).
- [4] 骆丹蕊,向燕菲,万江滔,等.基于参数调节随机共振的图像研究[J].软件导刊,2015,14(3):145-147.
- [5] 郑仕谱.基于随机共振的弱信号提取方法研究[D].杭州:浙江大学,2014.
- [6] 雷亚国,韩冬,林京,等.自适应随机共振新方法及其在故障诊断中的应用[J].机械工程学报,2012,48(7):63-67.
- [7] 陈晨,程为彬,康思民,等.井下声波信号的随机共振检测方法[J].计算机仿真,2015,32(3):230-233.
- [8] 范剑,赵文礼,张明路,等.随机共振动力学机理及其微弱信号检测方法的研究[J].物理学报,2014,63(11).
- [9] 刘进,李赞,高锐.低信噪比下采用广义随机共振的能量检测算法[J].西安交通大学学报,2015,46(6):2-7.
- [10] 冷永刚,王太勇,郭炎,等.基于双稳类随机共振的信息检测[J].电子与信息学报,2015,27(5):734-739.

(收稿日期:2015-05-18) **EA**

欢迎订阅 欢迎投稿 欢迎刊登广告