

智能电网家域网的鲁棒波束形成设计

智能电网的家域网环境中，各类智能设备与智能电能表进行双向的数据传输，构成一个多设备的异构网络，在智能电能表向各类设备进行下行链路数据传输过程中，干扰及噪声会造成发射功率提高及数据失配的问题。提出了一种基于半正定规划的下行链路波束形成算法，设计信干噪比约束下的最小发射功率波束矩阵，并对算法的鲁棒性能进行了研究，获得了满足约束条件的次优解。仿真试验结果验证了算法的有效性。

董源 孙瑞华 苑丰/国网河南平顶山供电公司



董源/工程师

0 引言

智能电网家域网是指用户家庭中由智能电能表等先进计量架构以及控制、分配和使用电能的家电等用电设备构成的系统，随着电力及通信技术的迅猛发展，Wi-Fi、ZigBee 和蓝牙等各类无线通信技术已被应用在家域网中为智能电能表及用电设备间提供无线链接。由于设备采用不同的无线传输技术，受到不同的信干噪比约束，使得家域网中无线通信环境变得复杂，从智能电能表到智能设备间的下行链路存在数据失配的问题。波束形成技术因能够通过调整接收与发射天线的参数且能够降低发射功率并增强噪声抑制性能而被广泛应用于无线通信领域。

文献[1]通过联合优化波束向量及功率权值对波束形成矩阵进行了求解，获得了最优的波束向量权值，但该方法不适用于装备单根天线的设备，因此不适用于家域网环境中；文献[2]在多输入单输出系统中通过预

编码及预均衡方法来获取抑制信道干扰的波束形成矩阵，这种预编码及预均衡方法要求发射天线预先知道完全的信道状态信息（Channel State Information, CSI）；然而在无线通信系统中，完全的 CSI 不易获取，文献[3]研究了如何在不完全 CSI 情况下通过信道反馈及信道估测方法来获得 CSI；针对不完全 CSI 情况下鲁棒波束形成的研究，文献[4-5]假设误差具有固定的数学特性提出了随机鲁棒设计方法，但仅适用于误差服从高斯分布的场景；文献[6-7]设计一种最坏情况分析法，不需要获取误差的数学特性，利用分层半定规划法（Restructured Semi-definite programming, RSDP）求解不确定约束，适用于家域网的无线通信环境。

对 RSDP 方法进行改进利用半定规划理论，求解有信干噪比及信道不确定性约束的波束形成矩阵最优化问题，通过等效的数学变形将问题转换成求解带有最小均方误差（Minimum Squared-Error, MSE）的波束形成矩阵最优化问题，并求出了次优解。该方法能够有效提高系统的鲁棒性，使得智能电能表的发射功率最小，同时保证智能设备的信干噪比约束。

1 数据模型

考虑一个智能电能表位于室外，各类智能设备位于室内的家域网中， K 个智能设备通过无线传输与装备 M 根天线的智能电能表交换控制、监测等信息。每根天线到设备之间的衰落为独立同分布的瑞利衰落。其表达

关键词/Keywords

智能电网 ·
波束形成 ·
半正定规划 ·
鲁棒最优化 ·

式为

$$\mathbf{X}=[x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_K] \quad (1)$$

$$\mathbf{W}=[\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_k, \dots, \mathbf{w}_K] \quad (2)$$

$$\mathbf{H}=[\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_k, \dots, \mathbf{h}_K] \quad (3)$$

式中, $\mathbf{X}$ 为智能电能表波束形成前的发射信号; $\mathbf{W}$ 为 $M \times K$ 的波束形成矩阵; $\mathbf{w}_k$ 为关于设备 k 的波束向量; $\mathbf{H}$ 为 $M \times K$ 的下行链路信道响应矩阵; $\mathbf{h}_k$ 为关于设备 k 的信道响应向量。

设备 k 接收到智能电能表的信号为 r_k , 即

$$\begin{aligned} r_k &= \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k x_k + \mathbf{h}_k^T \sum_{j \neq k} \mathbf{w}_j x_j + n_k \\ &= \mathbf{h}_k^T \mathbf{w} x_k + n_k \end{aligned} \quad (4)$$

式中, n_k 为功率密度为 σ_k^2 的加性高斯白噪声。

由于智能电能表与智能设备之间的无线通信为非合作形式, 智能电能表通过之前获取的知识来估测信道响应矩阵估测值为 $\hat{\mathbf{h}}_k$, 假设误差矩阵为 $\mathbf{A}_k$, 则有

$$\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \mathbf{A}_k, \forall k = \{1, \dots, K\} \quad (5)$$

2 理想信道下的波束形成设计

在智能电能表可以获取完全的 CSI 情况下, 误差 $\mathbf{A}_k = 0$ 。

设备 k 的信干噪比为

$$\text{SINR}_k = \frac{|\mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{j=1, j \neq k}^K |\mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_j|^2 + n_k} \quad (6)$$

智能电能表的总发射功率为

$$\begin{aligned} P &= E\{t_r(\mathbf{W}_{xx}^* \mathbf{W}^*)\} \\ &= \|\mathbf{W}\|_F^2 = \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \end{aligned} \quad (7)$$

在 K 个智能设备满足各自信干噪比需求 γ_k 约束下, 下行链路最优发射功率问题可以表达成如下最优化问题, 即

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \\ &\text{subject to} \quad \frac{|\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k|^2}{\sum_{i \neq k} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_i|^2 + \sigma_k^2} \geq \gamma_k \\ &\quad k = 1, \dots, K \end{aligned} \quad (8)$$

引入新的变量矩阵 $\mathbf{W}_k = \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^*$, $\mathbf{H}_k = \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^*$, $\mathbf{W}_k$ 为秩 1 的正定的复数共轭矩阵 $\text{rank}(\mathbf{W}_k) = 1$ 。将约束条件变形为

$$t_r(\mathbf{H}_k \mathbf{W}_k) - \gamma_k \sum_{i \neq k} t_r(\mathbf{H}_k \mathbf{W}_i) \geq \gamma_k \sigma_k^2 \quad (9)$$

$$\mathbf{W}_i \geq 0, \text{rank}(\mathbf{W}_k) = 1, k = 1, 2, \dots, K$$

由于式 (2) 中约束条件 $\text{rank}(\mathbf{W}_k) = 1$ 不是凸集, 一般难以求解非凸条件约束, 为此把式 (2) 变化为松弛半定规划, 即

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad \sum_{k=1}^K t_r(\mathbf{W}_k) \\ &\text{subject to} \quad t_r(\mathbf{H}_k \mathbf{W}_k) - \gamma_k \sum_{i \neq k} t_r(\mathbf{H}_k \mathbf{W}_i) \geq \gamma_k \sigma_k^2 \\ &\quad \mathbf{W}_i \geq 0, k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (10)$$

式 (10) 可以通过凸优化工具包求解。

3 鲁棒的波束形成设计

当存在信道估测误差时, $\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \mathbf{A}_k$, 此时需要在式 (10) 中增加误差范围约束并将其变形为

$$\begin{aligned} &\|[\mathbf{h}_k^T \mathbf{W} \quad \sigma_k]\|_2 \leq \sqrt{1 + \gamma_k^{-1}} |\mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k| \\ &\forall \|\mathbf{A}_k\|_2 \leq \varepsilon_k, \quad \forall k = \{1, \dots, K\} \end{aligned} \quad (11)$$

调整矩阵 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{A}_k$ 和 $\mathbf{W}$ 的实部与虚部得

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = [\text{Real}\{\mathbf{H}_k\} \quad \text{Imag}\{\mathbf{H}_k\}] \quad (12)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_k = [\text{Real}\{\mathbf{A}_k\} \quad \text{Imag}\{\mathbf{A}_k\}] \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \text{Real}\{\mathbf{H}_k\} & \text{Imag}\{\mathbf{H}_k\} \\ -\text{Imag}\{\mathbf{H}_k\} & \text{Real}\{\mathbf{H}_k\} \end{bmatrix} \quad (14)$$

得信道估测误差时的最优化问题为

$$\begin{aligned} &\text{minimize}_{\mathbf{W}} \quad \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \\ &\text{subject to} \quad \|[\tilde{\mathbf{H}}_k^T \tilde{\mathbf{W}} \quad \sigma_k]\|_2 \leq \sqrt{1 + \gamma_k^{-1}} \tilde{\mathbf{H}}_k^T \tilde{\mathbf{w}}_k \\ &\quad \forall \|\mathbf{A}_k\|_2 \leq \varepsilon_k, \quad \forall k = \{1, \dots, K\} \end{aligned} \quad (15)$$

文献[9]提出一种分层 RSDP 方法对其进行求解, 但由于约束条件的两侧都存在不确定变量, 当信干噪比约束增大时, 最优解效果并不理想。本文介绍一种利用半定规划求次优波束形成矩阵的方法。

设备 k 接收到发送的信号 x_k 后经解码矩阵 F , $F = \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_K)$, 获得信号 $\hat{x}_k$, 即

$$\hat{x}_k = \frac{1}{f_k} (\mathbf{h}_k^T \mathbf{W} \mathbf{s}_k + n_k), \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (16)$$

则设备 k 接收信号的最小平方误差为

$$\text{MSE}_k = E\{[x_k - \hat{x}_k]^2\}, \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (17)$$

于是得到 MSE 约束的最优化波束形成问题, 即

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{W}, f_1, \dots, f_K}{\text{minimize}} \quad \text{P} \\ & \text{subject to} \quad \text{MSE}_k \leq \mu_k \\ & \quad \quad \quad \forall k \in D_k, \forall k = \{1, \dots, K\} \end{aligned} \quad (18)$$

该最优化问题为凸规划形式, 可以利用 CVX 工具包进行求解。设备 k 的 MSE 表达式为

$$\text{MSE}_k = \frac{1}{|f_k|^2} \left[(\mathbf{h}_k^T \mathbf{W} - f_k \mathbf{e}_k^*) (\mathbf{h}_k^T \mathbf{W} - f_k \mathbf{e}_k^*)^* + \sigma_k^2 \right] \quad (19)$$

式中, $\mathbf{e}_k$ 为单位向量。

设备 k 的 MSE 约束可以表达为

$$\text{MSE}_k \leq \mu_k \Leftrightarrow \left\| [\mathbf{h}_k^T \mathbf{W} - f_k \mathbf{e}_k^*] \right\|_2 \leq f_k \sqrt{\mu_k} \quad (20)$$

对比式 (15) 与式 (20) 可以发现, 当 $\mu_k = \frac{1}{1 + \gamma_k}$, $k \in \{1, \dots, K\}$ 智能电表获取完全 CSI 情况时最优化问题式 (5) 和式 (6) 为同一形式, 智能电表获取不完全 CSI 的情况中, 当 $\mu_k \in (0, 1)$, $k = 1, 2, \dots, K$ 时式 (6) 获得的最优波束向量矩阵 $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ 可以满足式 (5) 中的约束条件, 从而 $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ 为式 (5) 的一个次最优解。

证明过程如下。

首先对约束条件 $\text{MSE}_k \leq \mu_k$ 进行等价变化, 即

$$\begin{aligned} \text{MSE}_k \leq \mu_k & \Leftrightarrow \\ \sum_{j=1, j \neq k}^K \left| \frac{1}{f_k} \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_j \right|^2 + \left| \frac{1}{f_k} \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k - 1 \right|^2 + \frac{\sigma_k^2}{f_k^2} & \leq \mu_k \Leftrightarrow \\ \left\| \mathbf{h}_k^T \mathbf{W} \right\|_2^2 & \leq f_k^2 + \left| \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k \right|^2 - \left| \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k - f_k \right|^2 \end{aligned}$$

容易证明下式成立:

$$\begin{aligned} (\text{Real}\{\mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k\} - f_k(1 - \mu_k))^2 & = -f_k^2 - \left| \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k \right|^2 + \\ \left| \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k - f_k \right|^2 + \frac{1}{1 - \mu_k} (\text{Real}\{\mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k\})^2 & \geq 0 \end{aligned}$$

将上式部分项移至右侧, 即

$$f_k^2 + \left| \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k \right|^2 - \left| \mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k - f_k \right|^2 \leq \frac{1}{1 - \mu_k} (\text{Real}\{\mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k\})^2$$

于是有

$$\left\| \mathbf{h}_k^T \mathbf{W} \right\|_2^2 \leq \frac{1}{1 - \mu_k} (\text{Real}\{\mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k\})^2 \quad (21)$$

已知 $1 + \gamma_k^{-1} = (1 - \mu_k)^{-1}$, $[\mathbf{h}_k^T \mathbf{W} \right\|_2^2]$ 与 $[\tilde{\mathbf{h}}_k^T \tilde{\mathbf{W}} \right\|_2^2]$ 的矩阵谱范模相同, 且有 $\text{Real}\{\mathbf{h}_k^T \mathbf{w}_k\} = \tilde{\mathbf{h}}_k^T \tilde{\mathbf{w}}_k$, 则式 (21) 等价于

$$\left\| \tilde{\mathbf{h}}_k^T \tilde{\mathbf{W}} \right\|_2^2 \leq \frac{1}{1 - \mu_k} (\text{Real}\{\tilde{\mathbf{h}}_k^T \tilde{\mathbf{w}}_k\})^2 \quad (22)$$

即满足式 (6) 的约束的 $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ 为式 (5) 的一个次最优解。

4 仿真试验

4.1 试验一

假设智能电表分别装备 4 根、6 根和 8 根发射天线, 4 个智能设备的信干噪比约束 γ_k 相同, 比较 γ_k 值从 1~10 dB 变化时, 装备不同天线数量的智能电表的发射功率, 加性高斯白噪声的功率为 $\sigma_{1,2,3,4}^2 = 0.1$, 重复进行 1000 次蒙特卡洛仿真试验。图 1 给出了已知完全 CSI 情况下发射天线的最小发射功率。

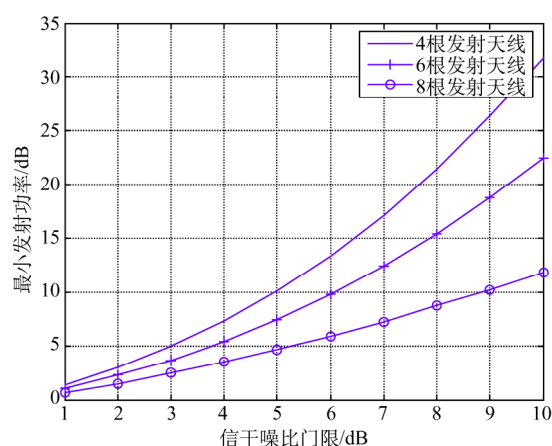


图 1 完全 CSI 情况下的波束设计

从图 1 中可以看出, 随着设备信干噪比约束值 γ_k 的增大, 智能电表所需增大其发射功率,

同时智能电表装备天线数越多,则为满足设备相同的信干噪比约束 γ_k 值所需的发射功率越小。
4.2 试验二

假设智能电表装备 4 根天线向 4 个智能设备传输数据,加性高斯白噪声的功率为 $\sigma_{1,2,3,4}^2 = 0.1$,不确定性约束 $\varepsilon_{1,2,3,4} = 0.1$,重复进行 1 000 次蒙特卡洛仿真试验。图 2 给出了已知完全 CSI、分层 RSDP 算法^[6]和本文所提鲁棒 SDP 算法的 3 种方法的波束形成。

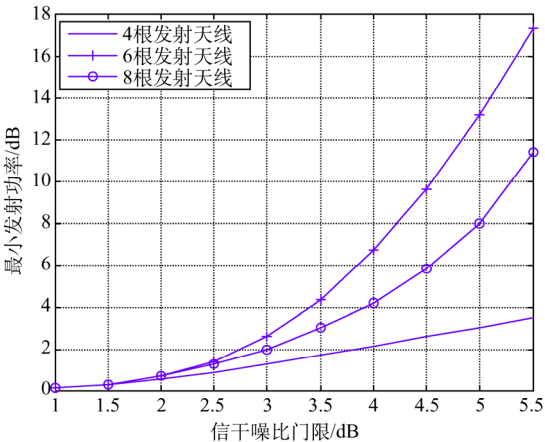


图 2 不完全 CSI 情况下的鲁棒波束设计

从图 2 中可以看到,在低信干噪比约束下 3 种方法所需的发射功率相差在 5 dB 范围内,随着信干噪比约束的上升,RSDP 所需的发射功率开始陡增,所提鲁棒 SDP 算法所获得的次优波束形成矩阵执行效果要优于 RSDP 算法。因此,所提鲁棒 SDP 算法能够良好地抵抗信道不确定性影响。

5 结束语

在智能电网家域网中,装备多天线的智能电表通过发射天线波束形成设计,能够同时满足多个设备的信干噪比要求并降低发射功率、节省能耗。由于电磁环境复杂信道存在不确定性,提出一种通过将信干噪比约束等效为最小均方误差约束,从而利用半正定规划求解次优波束形成的方法,保证了对信道不确定性的抑制。仿真结果验证了算法的有效性。

参考文献

[1] Spencer Q H, Peel C B, Suindlehurst A L, et al. An introduction to the multi-user MIMO downlink [J]. IEEE Communication Magazine, 2004, 42 (10): 60-67.

[2] Fischer R F H. Precoding and Signal Shaping for Digital Transmission[M]. New York: Wiley-IEEE Press, 2002.

[3] Hassibiand B, Hochwald B M. How much training is needed in multiple-antenna wireless links? [J]. Transactions on Information Theory, 2003, 49 (4): 951-963.

[4] Jöngren G, Skolgund Mottersten B. Combining beamforming and orthogonal space-time block coding[J]. Transactions on Information Theory. IEEE, 2002, 48 (3): 611-627.

[5] Shenouda M Botros, Davidson T N. On the design of linear transceivers for multiuser systems with channel uncertainty[J]. IEEE Communication Magazine, 2008, 26 (6): 1015-1024.

[6] Kassam S A, Poor H V. Robust techniques for signal processing: a survey[J]. Proceedings of the IEEE, 1985, 73 (3): 433-482.

[7] Lorenz R, Boyd S P. Robust minimum variance beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2005, 53 (5): 1684-1696.

[8] Bengtsson M, Ottersten B. Optimal and sub-optimal transmit beamforming[J]. Handbook of Antennas in Wireless Communications, 2001 (18): 33.

[9] Botros M, Davidson T N. Convex conic formulations of robust downlink precoder design with quality of service constraints[J]. IEEE Signal Process, 2007, 1 (4): 714-724.

—————

作者简介
董源 (1989-), 男, 工程师, 主要研究方向为电力通信、光线通信和智能电网。
(收稿日期: 2015-12-10) EA
(编辑: 崔岩)