

间谐波检测方法对电压波动的影响

针对间谐波幅值较小，周期难以确定造成的检测困难问题，提出基于改进小波变换算法及多重信号分类（MUSIC）算法的间谐波检测方法。此外，还针对不同含量和频率的间谐波对电压调制、峰值、有效值及峰值电压波动的影响进行了分析研究。并且验证了两种间谐波检测方法的可行性。

李 森 孙晓明/国网河南省电力公司濮阳供电公司计量中心
刘 锋/徐州凯思特机电科技有限公司

0 引言

随着电网中出现了越来越多的非线性电力设备和波动负载，谐波和间谐波成分对整个供电环境的污染也越来越严重。因此，谐波和间谐波导致的电能质量问题已经引起了国内外学者的广泛关注^[1]。

间谐波往往由较大的电压波动或冲击性非线性负荷所引起，间谐波大量存在于电网中，对供电设备、继电保护设备和计量仪表设备等都造成了非常严重的危害，并且对电网电压造成不同程度的波动和波形的畸变，从而导致整个电气环境的恶化^[2-3]。因此对间谐波进行检测以及对电压波动的影响机理研究至关重要。

由于间谐波的幅值较小、频率难以确定，所以基于信号同步采样的傅里叶变换存在较大的局限性，而非同步采样会造成频率泄漏和栅栏效应使检测结果与真实情况差别很大，甚至会出现很严重的错误^[4]。

本文提出一种基于改进的小波变换算法的间谐波检测方法，该方法是在快速傅里叶变换及其逆变换的基础上进行

改良的一种快速算法，也称作谐波小波变换算法。这种算法克服了傅里叶变换窗口大小不随频率变化而变换等不足，可以提供一个随频率改变而变换的“时间-频率”窗口，简化了信号的时域分析过程。此外，谐波小波变换还具有速度快、易于实现的优点^[5]。本文分析了不同含量的间谐波对电压波动影响的研究，为消除间谐波对电网电压的不利影响打下基础。

1 间谐波检测方法

1.1 基于改进的小波变换间谐波检测方法

本文中改进的小波变换算法是在快速傅里叶变换及其逆变换的基础上进行改良的一种快速算法，也称作谐波小波变换算法。这种算法克服了傅里叶变换窗口大小不随频率变化而变换等不足，它可以提供一个随频率改变而变换的“时间-频率”窗口，简化了信号的时域分析过程。与传统的正交小波算法相比，这种算法更加细化任意给定的小频段的功能，在高准确度的分析中谐波小波变换可以发挥很好的作用。此外，谐波小波变换还具有速度快、易于实现的优点^[5]。

1.1.1 改进的小波变换算法数学原理简介

假设时域函数 $h(t)$ 所对应的频域函数为 $\hat{H}_e(\omega)$ ，并且其傅里叶变换所对应的频域函数为 $\hat{H}_o(\omega)$ ，其表达式如下

$$\hat{H}_o(\omega) = \begin{cases} i/(4\pi) & \omega \in [-4\pi, -12\pi] \\ -i/(4\pi) & \omega \in [2\pi, 4\pi] \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$



李 森/工程师

关键词/Keywords

间谐波 ·
小波变换 ·
MUSIC算法 ·
电压波动 ·

江苏省科技型企业技术创新基金项目(BC2014071)，
徐州市科技计划项目(KC14GMO47)。

$$\hat{H}_e(\omega) = \begin{cases} 1/(4\pi) & \omega \in [-4\pi, -2\pi] \cup [2\pi, 4\pi] \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

式中，下标e和o分别为该函数是变量 ω 的偶函数和奇函数。

对式(1)作广义傅里叶逆变换后再进行组合，便可以组成复合函数 $h(t)$

$$h(t) = \frac{\exp(i4\pi t) - \exp(i2\pi t)}{i2\pi t} \quad (3)$$

这样定义的复合函数 $h(t)$ 被称为谐波小波函数，根据此谐波小波函数再通过一系列计算和改进可得谐波小波的一般表达式

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_{m,n}[(n-m)\omega] &= F\left[\psi_{m,n}\left(t - \frac{k}{n-m}\right)\right] \\ &= \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \exp(-j\omega) & \omega \in [2\pi m, 2\pi n] \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

根据式(4)可知，它是一个能够用来分析频率带宽为 $(n-m)2\pi$ 、并且分析时间中心位置为 $t = k/(n-m)$ 的一个小波变换的一般表达式。当分解的层数逐渐变大时，小波变换便能够在细节上对任意源信号进行分析^[6]。

图1为本文所设计的基于改进的小波变换算法的流程图。

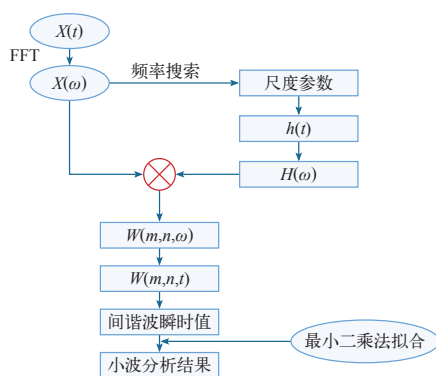


图1 改进的小波变换算法流程图

1) 对谐波源信号 $X(t)$ 进行FFT计算，在快速傅里叶变换后需要对变换得到的结果 $X(\omega)$ 执行频率搜索的操作，分别确定小波变换的两个尺度参数的取值，进而确定谐波小波函数。

2) 将谐波小波函数进行FFT运算的最终结果与 $X(\omega)$ 相乘，再对其乘积的结果 $W(m, n, \omega)$ 进行IFFT计算，然后再通过对时域的小波系数 $W(m, n, t)$ 进行一次重构，通过以上运算最后便能够得到各次间谐波分量的瞬时值。

最后利用最小二乘法对不同的频率分量进行拟合操作后就能够得到小波分析算法的最终结果。

1.1.2 改进的小波变换算法的仿真

现在设含有间谐波的电力系统信号为

$$S(t) = \sum_{n=1}^m A_n \cos(2\pi f_n t + \theta_n) \quad (5)$$

式中， $m=4$ ， n 分别取1、2、3和4；频率分别取50 Hz、150 Hz、64 Hz和443 Hz；把幅值分别设为3、0.5、0.3和0.1；相位分别设为 10° 、 20° 、 -30° 和 -40° 。点数设为400，采样频率设为1 800 Hz，采样间距设为0.001 s。以Matlab为仿真工具，小波基选择db5小波，用此小波基构造小母波。

先采用db5小波对源信号 $S(n)$ 进行6次分解操作，通过Matlab仿真软件，利用改进小波变换算法对信号 $S(t)$ 进行分解，分解后得到的小波变换细节波形如图2所示。

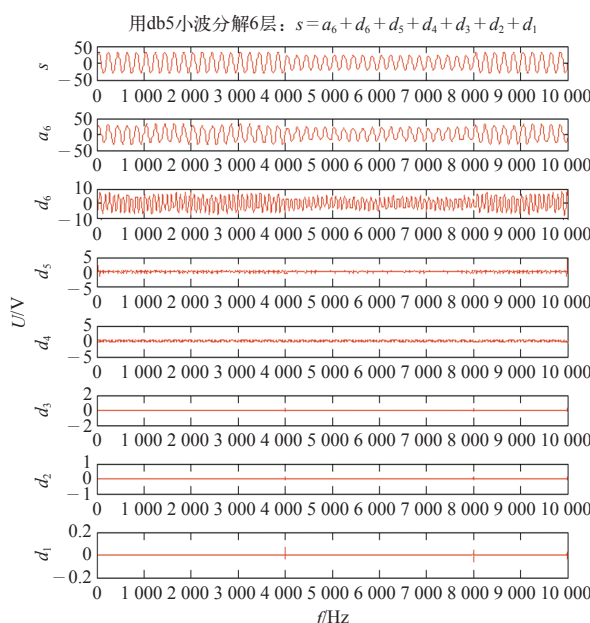


图2 小波变换的细节波形

根据仿真分离出来的波形信息和设置的采样频率、点数及采样间距，成功地把基波、高次谐

波以及间谐波区别开来。并且通过Matlab进行计算,利用分离出来的 a_6 、 d_6 、 d_5 、 d_4 、 d_3 、 d_2 、 d_1 求得基波和各高次谐波幅值的方均根值。Workplace中数据的结果如表1所示。

表1 改进的小波变换算法仿真数据

小波分析	频率估计/Hz	真实频率/Hz	幅值估计	真实幅值
f_1	50	50	3.024 3	3
f_2	150.01	150	0.498 1	0.5
f_3	64.069	64	0.241	0.3
f_4	437.6	443	0.096 7	0.1

由表1可以看出基于改进的小波分解后的基波、高次谐波、间谐波的幅值和给定的真实幅值相差不多,结果非常准确,与传统的快速傅里叶变换相比克服了无局部化的不足。通过仿真实验,验证了基于改进的小波变换用于分析间谐波的电力系统问题的可行性。

1.2 基于多重信号分类算法的间谐波检测方法

多重信号分类(MUSIC)算法的一个独特优点是理论上其分辨率为无穷大,解决了以往一些方法分辨率低的问题。与其他算法不同的是,MUSIC算法是基于阵列协方差矩阵特征分解,这为特征分解的子空间算法的飞速发展奠定了基础。

1.2.1 MUSIC算法的数学原理简介

假设有 D 个远场的窄带信号,分别设为 S_1 、 S_2 、 $\dots$ 、 S_d ,将它们入射到某个列阵上,且规定此列阵是由 M 个阵元组成的^[7],此外,不同阵元之间的间隔都是 d 。于是,这 D 个远场信号就能用式(6)来代替

$$X(t) = A(\Theta)S(t) + N(t) \quad (6)$$

式中, $X(t)$ 为数学模型阵列数据,式(7)称为 $X(t)$ 的协方差矩阵 R

$$R = E[XX^H] = AE[SS^H]A^H + \sigma^2 I = AR_s A^H + \sigma^2 I \quad (7)$$

$$R_s = E[S(t)S(t)^H] \quad (8)$$

式中, R_s 为信号的一个协方差矩阵,是一个非奇异矩阵,并且有式(9)成立

$$\text{Rank}(AR_s A^H) = D \quad (9)$$

综上分析可知,矩阵 R 是一个满秩矩阵,所以不难知道 R 有 M 个特征值,并且这些特征值都是正

实数。再对 R 进行特征值分解,可以得到式(10)

$$R = \sum_{i=1}^M \lambda_i e_i e_i^H = U_s \sum_s U_s^H + U_n \sum_n U_n^H \quad (10)$$

再利用 λ_1 、 λ_2 、 $\dots$ 、 λ_M 分别来表示此协方差矩阵 R 的特征值,并且将它们按照从大至小的顺序排列为式(11),式(12)中的 U_s 为 $M-D$ 个不同的特征值分别对应的特征向量所构成的噪声子空间,且有式(13)成立。然后由特征值的分解理论可以知道,这时 U_s 和 U_n 是彼此互相之间都是正交的,所以式(14)成立。最后可以得到MUSIC算法的空间谱估计公式(15),即

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_D > \lambda_{D+1} = \lambda_{D+2} = \dots = \lambda_M \quad (11)$$

$$U_s = \text{span}\{e_1, e_2, \dots, e_D\} = \text{span}\{a(\Theta_1), a(\Theta_2), \dots, a(\Theta_D)\} \quad (12)$$

$$U_n = \text{span}\{e_{D+1}, e_{D+2}, \dots, e_M\} \quad (13)$$

$$a^H(\theta)U_n = 0 \quad (14)$$

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{a^H(\theta)U_n^{\wedge} U_n^{\wedge H} a(\theta)} \quad (15)$$

根据式(15)可以知道,MUSIC算法利用了分解出来的信号子空间和噪声子空间各自的特征向量,来计算入射方向的空间角谱,并且这个谱峰的位置还能够用来表明目标信号的方位,缺点是不能用这个角谱的高低来反映信号的能量大小。

1.2.2 MUSIC算法的仿真

给定一个信号源 $x(n) = \sqrt{20} \times \sin(2 \times \text{PI} \times 0.2 \times n) + \sqrt{2} \times \sin(2 \times \text{PI} \times 0.213 \times n) + w(n)$, $w(n)$ 为一个随机信号。此信号源含有间谐波。在Matlab编程中,快拍次数设为90次,独立运行20次,分别进行以下步骤。

- 1) 产生观测数据和观测矩阵。
- 2) 计算相关矩阵 R_x 。
- 3) 对矩阵 R_x 的特征值进行分解运算。
- 4) 存储得出的特征值。
- 5) 定阶分析。
- 6) 分别生成噪声子空间和信号子空间。
- 7) 计算出噪声评价价值。
- 8) 进行频域搜索。
- 9) 进行搜索峰值。

- 10) 判断谱峰所在位置。
- 11) 峰值排序。
- 12) 求出峰值所对应的频率。

运行程序得到基于MUSIC算法检测间谐波的功率谱图^[8]，如图3所示。

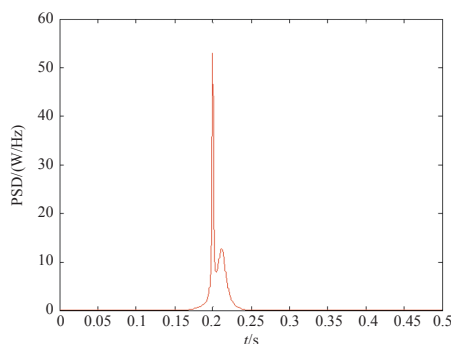


图3 基于MUSIC算法检测间谐波的功率谱波形

通过图3可以看出各归一化之后的频率成分全部出现了非常好的谱峰，而且将谐波和间谐波的频率准确反映出来，与源信号的谐波、间谐波频率一样。通过仿真验证MUSIC算法对间谐波频率估计的分辨率较高。

2 间谐波参数对电压波动的影响分析

本文通过Matlab软件分析了谐波参数对电压波动的影响，分别对含单个间谐波、含两个较小频率的间谐波、含两个接近基波频率的间谐波和含两个较大频率的间谐波进行了仿真分析。

2.1 单个间谐波对电压调制及其峰值的影响

1) 首先分析在谐波源中有单个间谐波的情况，现在给出一个源信号，如式(16)所示，只有基波和一个间谐波，即

$$u(t) = \sqrt{2}U_1[\sin(2\pi f_1 t) + m \sin(2\pi f_{1H} t + \theta_{1H})] \quad (16)$$

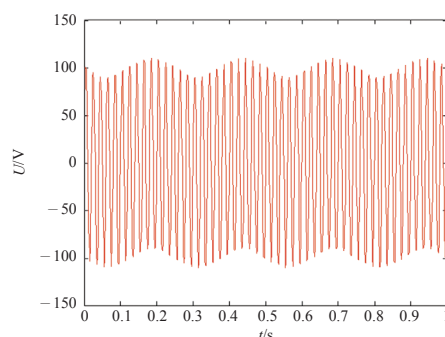
$$f_{1H} = hf_1 + \Delta f_h$$

这个源信号的幅值是能够变化的，它的变化方法如下所述。使 h 的大小与 f_{1H} 相接近，现在假定这个间谐波的相位是0，那么这个信号如式(17)所示

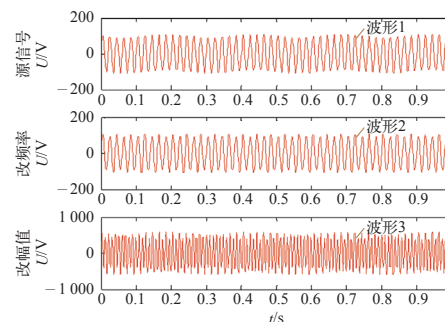
$$u(t) = \sqrt{2}U_1[\sin(2\pi f_1 t) + m \cos(2\pi \Delta f_h t)] \sin(2\pi hf_1 t) + U_1 m \sin(2\pi \Delta f_h t) \cos(2\pi hf_1 t) \quad (17)$$

由式(17)能够知道，这个信号的波形不仅和频率是 Δf_h 的谐波有关，还与频率是 hf_1 的谐波有关。一旦 $\Delta f_h = 0$ ，那么就会仅存在谐波的部分，在这种情况下，可以知道电压幅值是和原来一样不受影响的，但是，如果 $\Delta f_h \neq 0$ ，这些不同于基波的频率成分便能够造成非常大的电压波动，而且其波动频率一般为 $|\Delta f_h|$ 。

2) 当 $U_1 = 70\ 721\text{ V}$ ， $f_1 = 50\text{ Hz}$ ， $m = 0.1$ ， $f_{1H} = 104\text{ Hz}$ 时的电压波形如图4a所示。从图4a中能够非常明显地看出来，这个电压波形的频率大约是4 Hz，造成了闪变，并且这个闪变的频率就是4 Hz。图4b有三个波形图，波形1和图4a一样；波形2是只把间谐波的频率改为75 Hz；波形3是只把间谐波的幅值改为500。从波形图4b中可以看出波形1和波形2的幅值是一样的，是因为间谐波的幅值没有改变，只改变了间谐波的频率；而只改变了间谐波幅值没有改变频率的波形3的幅值发生了变化。



(a) 源信号



(b) 改变间谐波的频率和幅值

图4 间谐波频率和幅值变化对 $u(t)$ 波形影响

所以由以上分析可知，对于含单个间谐波的源信号，其峰值电压的波动水平与间谐波的频率大小是没有关系的，它的峰值电压大小变化只与源信号所含的间谐波的幅值的大小有关。

2.2 单个间谐波对电压有效值的影响

1) 对于含单个间谐波的情形时可以对电压有效值这样定义

$$U_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T_1} U_1^2 \{ \sin(2\pi f_1 t) + m \sin[2\pi(f_1 + \Delta f)t + \theta_{1H}] \}^2 dt} \quad (18)$$

式中, $\Delta f = f_{1H} - f_1$; $T_1 = f_1^{-1}$ 为周波的周期。间谐波的幅值与基波的幅值相比较是特别小的, 即 $m \ll 1$, 式(18)如果忽略 m^2 项, 则

$$U_{\text{RMS}}^2 = \frac{1}{2} U_1^2 \left[1 + \frac{2}{\pi \Delta f T_1 (1 + \pi \Delta f T_1 / 2)} m \sin(\pi \Delta f T_1) \times \cos(\theta_{1H} + \pi \Delta f T_1) \right] \quad (19)$$

2) 当 θ_{1H} 在 $0 \sim 2\pi$ 之间变化时, 电压的最大有效值表示为

$$U_{\text{RMS-max}} = \frac{U_1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left| \frac{2m}{(1 + \Delta f T_1 / 2)} \frac{\sin(\pi \Delta f T_1)}{\pi \Delta f T_1} \right|} \quad (20)$$

电压的最小值有效值表示为

$$U_{\text{RMS-min}} = \frac{U_1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \left| \frac{2m}{(1 + \Delta f T_1 / 2)} \frac{\sin(\pi \Delta f T_1)}{\pi \Delta f T_1} \right|} \quad (21)$$

因为 $m \ll 1$ 和 $|\sin(\pi \Delta f T_1) / \pi \Delta f T_1| \leq 1$, 则电压有效值的波动水平可以表示为

$$\left. \frac{\Delta U}{U} \right|_{\text{RMS}} \approx 2m f_1^2 \left| \frac{\sin(\pi f_{1H} / f_1)}{\pi(f_{1H}^2 - f_1^2)} \right| \quad (22)$$

从式(22)可以看出, 间谐波成分的幅值能够对电压有效值造成一定的影响, 此外, 间谐波的频率变换也能够对电压信号有效值造成一定的影响。

2.3 一对间谐波对电压调制及其峰值的影响

首先分析含两个较小频率的间谐波的情况, 基波频率为 50 Hz, 间谐波频率分别为 1.2 Hz 和 2.45 Hz, 波形图如图 5 所示。

图 6 为含两个接近基波频率的间谐波波形图。波形图中基波频率设为 50 Hz, 非基波频率分别设为 62.5 Hz 和 57 Hz。图 7 为含两个较大频率的间谐波, 基波频率还是 50 Hz, 间谐波频率分别设为 367.5 Hz 和 362 Hz。

由上面的仿真分析可知, 当源信号中含有两个不同的间谐波频率时, 它的波形包络线与单个间谐波时是类似的, 它的大小只是由间谐波电

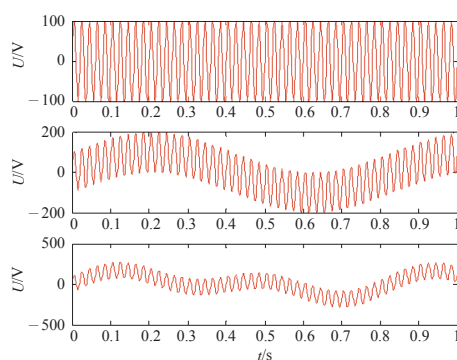


图5 含两个较小频率的间谐波

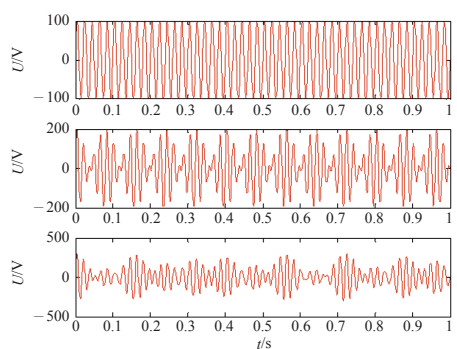


图6 含两个接近基波频率的间谐波

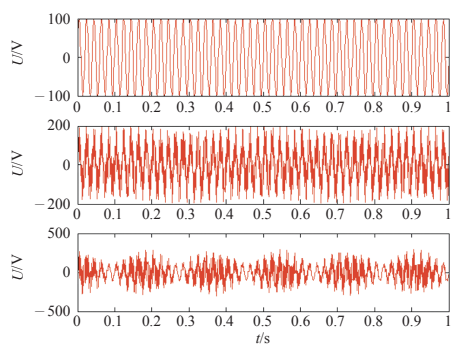


图7 含两个较大频率的间谐波

压的相对幅值来决定, 而与间谐波的频率没有关系, 即间谐波的频率不能对信号的包络线造成影响^[9]。

2.4 一对间谐波对电压有效值的影响

首先把信号源含有两个间谐波的电压有效值用式(23)来表示

$$U_{\text{RMS}} = \left\{ \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} 2U^2 [\sin(2\pi f_1 t) + m_1 \sin(2\pi f_{1H1} t) + m_2 \sin(2\pi f_{1H2} t)]^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

因为 $m_1, m_2 \ll 1$, 所以式(23)中的一些数

值都能够忽略掉，其有效值的波动水平能够用式 (24) 来表示

$$\frac{\Delta U}{U}_{\text{RMS}} = \left| \frac{2f_1^2 \sin(\pi f_{\text{IH1}}/f_1)}{\pi(f_{\text{IH1}}^2 - f_1^2)} \right| \cdot \left(m_1 + m_2 \left| \frac{f_{\text{IH1}}^2 - f_1^2}{f_{\text{IH2}}^2 - f_1^2} \right| \right) \quad (24)$$

然后把 q 看成是权重的一个系数，那么它将表示比较高次的间谐波分量相对于有效值波动率之间的关系，则 q 可以用式 (25) 来表示

$$q = \left| \frac{f_{\text{IH1}}^2 - f_1^2}{f_{\text{IH2}}^2 - f_1^2} \right| \quad (25)$$

能够看出，源信号中较高频率的间谐波对电压有效值波动率影响较大，并且一对间谐波对电压有效值波动影响的变化方式与单个间谐波时很类似，所以在源信号中含一对间谐波的情况下的峰值和有效值电压波动率都能够看作是单个的间谐波电压波动率之间的复杂线性组合。

2.5 间谐波畸变率对峰值电压波动的影响分析

假设一个含有间谐波含量的源信号电压为

$$u = \sqrt{2}U_1[\sin(\omega_1 t + \varphi_1) + \sum_{i=1}^n m_i \sin(\omega_i t + \varphi_2)] \quad (26)$$

间谐波电压畸变率的公式为

$$\text{TIHD} = \sqrt{\sum_{i=0}^n m_i^2} / U_1 \quad (27)$$

将单个间谐波的电压畸变率和一对间谐波的畸变率作比较。

1) 当间谐波含量只有一个时

$$\text{TIHD}_1 = m = \frac{\Delta U}{U}_{\text{peak}} \quad (28)$$

2) 当间谐波是一对时

$$\text{TIHD}_2 = \sqrt{m_1^2 + m_2^2} \quad (29)$$

3) 假定 $\text{TIHD}_1 = \text{TIHD}_2$ ，则有 $m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ 而由一对间谐波所导致的峰值电压波动率为

$$\frac{\Delta U}{U}_{\text{peak}} = m_1 + m_2 \quad (30)$$

显然， $m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2} < m_1 + m_2$ 。

由以上理论分析可以得出的结论是：对于单个间谐波与一对间谐波的电压畸变率相等的情形下，根据式 (30) 不难看出含一对间谐波对源信号造成的影响比含单个间谐波的要严重很多，并

不是简单的叠加。

3 结束语

本文提出基于改进的小波变换算法和MUSIC算法来实现对间谐波的检测，并且通过仿真分析验证了这两种算法的有效性。本文还对不同含量和频率的间谐波对电压波动的影响进行了仿真分析。

仿真实验结果表明，含单个间谐波的源信号其波形的包络由间谐波电压的相对幅值来决定，而与间谐波频率无关。并且，较高频率的间谐波对电压有效值波动率影响较大。同时，一对间谐波对源信号峰值和有效值电压波动率都能够看作是单个间谐波电压波动率之间的复杂线性组合。

参考文献

- [1] 钱昊，赵荣祥. 基于插值FFT算法的间谐波分析[J]. 中国电机工程学报，2005 (21) .
- [2] 蒋春芳，刘敏. 基于双插值FFT算法的间谐波分析[J]. 电力系统保护与控制，2010 (3) .
- [3] 蔡明. 基于参数辨识的配电网谐波源判别方法研究[D]. 重庆：重庆大学，2011.
- [4] 林海雪. 电力系统的间谐波来源及其影响[J]. 电源技术应用，2010 (5) .
- [5] 周明华. 浅析电压波动与闪变的检测与抑制[J]. 科技创新导报，2008 (5) .
- [6] 向东阳，王公宝，马伟明，等. 基于FFT和神经网络的非整数次谐波检测方法[J]. 中国电机工程学报，2005 (9) .
- [7] 高星辉. 修正MUSIC算法对信号DOA的估计[D]. 广州：华南师范大学，2002.
- [8] Barros J, Diego R I. On the use of the Hanning window for harmonic analysis in the standard framework[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 21 (1) : 538-539.
- [9] Zhang F, Geng Z, et al. The algorithm of interpolating windowed FFT for harmonic analysis of electric power system[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2001, 16 (2) : 160-164.

(收稿日期：2015-04-11) **EA**