基于0－1规划迭代法优化PMU配置以提高混合状态估计准确度

相量量测单元（PMU）作为同步量测装置的主要组成部分，具有很高的数据同步性和准确性。因此，对PMU进行优化配置对于改善混合状态估计的准确度非常重要。利用0－1规划迭代法对PMU配置进行优化以提高状态估计的准确度。每次迭代选择一个PMU节点，把每次迭代选择的节点组成一个节点集，在每次执行混合估计时要充分考虑这些节点集。当混合估计的协方差小于给定的阈值时，停止迭代。对提出的方案在IEEE 14、IEEE 30和IEEE 57节点系统上进行仿真验证，证明了该法确实能够提高状态估计的准确度，具有一定的参考价值。

赵 辉 赵少华 王红君 岳有军/天津理工大学天津市复杂控制理论与应用重点实验室

赵 辉/硕士研究生

关键词/Keywords
同步量测装置·
相量量测单元·
混合状态估计·
PMU优化配置·
0－1规划迭代法·

0 引言

状态估计作为电力系统数据采集与监控的重要组成部分，对电网的实时监控具有重要的意义。传统的SCADA装置在电力系统状态估计中存在着一些不足。例如，采集到的数据同步性和准确性较差，不能直接监测到电网中电压相角等。而PMU由于采样频率高，采样同步性高，在电力系统状态估计中发挥着越来越重要的作用。由于PMU价格昂贵及技术问题，不可能在电力系统中的每个节点都安装PMU，所以目前电力系统中依然是SCADA与PMU共存的情况。PMU的优化配置一直是电力系统状态估计重要的问题。对PMU优化配置，就是以最小的PMU数目，充分利用PMU装置来实现电力系统的高准确度量测。根据配置目标的不同，可以分为考虑系统可观性的配置、考虑电力系统准确性的配置及考虑系统同调性的配置等。PMU的优化配置算法主要包括模拟退火法、禁忌搜索算法、遗传算法和0－1规划算法等。本文则是采用0－1迭代规划法优化配置PMU来提高混合状态估计的准确度。

文献[1]中为了避免雅克比矩阵在迭代的过程中电流相量未知或者状态估计的算法不收敛，对量测电流进行了转换。文献[2]中提出将同步电压相量和同步电流相量组成混合矩阵并转换成极坐标的矩阵形式，一定程度上节约了状态估计的时间。文献[3]中提出通过量测变换来计及PMU支路电流幅值和相角量测的模型，对状态估计准确度有一定的提高。文献[4]通过SCADA的伪量测量，得到部分PMU的节点量测电压和量测电流，并与PMU的量测值共同组成量测集进行状态估计。

本文则利用0－1迭代规划法对PMU配置进行优化用于提高混合状态估计的准确性。每次迭代选择一个PMU节点，把每次迭代选择的节点组成一个节点集，在每次执行混合估计时要充分考虑这些节点集。当混合估计的协方差小于给定的阈值时，停止迭代。对本文提出的方案在IEEE 14、IEEE 30和IEEE 57节点系统上进行仿真验证，证明了该法能够有效的提高状态估计的准确度。

1 约束条件下混合状态估计

混合状态估计的最优化问题，可以用基于最小二乘法的式（1）表示

天津市科技支撑计划项目（13ZCZDGX03800），天津市自然科学基金项目（09JCZDJC23900）。

$$\min J(x)=[z-h(x)]^{\mathrm{T}}\, w[z-h(x)] \qquad (1)$$

式中，x为电力系统n维状态向量；$h(x)$为由导纳矩阵和基尔霍夫定律确定的量测函数；z为m维量测向量；w为权重，$w=\boldsymbol{R}^{-1}$；$\boldsymbol{R}$为观测误差矩阵。

由于PMU量测数据准确度非常高，直接利用PMU量测装置所测得的电压相量和电流相量用于状态估计将会使得混合估计的准确度大大提高。但是，由于电流量测相量容易导致雅克比矩阵不收敛，因此不能直接作为已知量用于混合状态估计中，应该将电流量测相量进行一定的转换，间接地用于混合状态估计中。

本文提出的混合估计量包括传统的SCADA量测量、电压量测量以及伪量测量。电力系统输电线路模型如图1所示。假设在节点i安装PMU装置，节点i的电压相量和节点j的电流相量是已知的。从节点i到j的伪量测有功功率$P_{ij\text{-}p}$和伪量测无功功率$Q_{ij\text{-}p}$可以通过已知的i的电压相量和节点j的电流相量而获得。计算公式如式（2）和式（3）所示

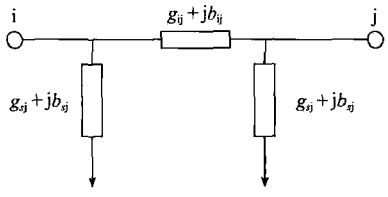

图1　电力系统输电线路模型

$$P_{ij\text{-}p}=V_i I_{ij}\cos(\theta_i-\theta_{ij}) \qquad (2)$$

$$Q_{ij\text{-}p}=V_i I_{ij}\sin(\theta_i-\theta_{ij}) \qquad (3)$$

式中，I_{ij}为节点i和节点j之间的支路电流；V_i和θ_i分别为节点i的电压大小和相角大小；θ_{ij}为支路电流相角大小。

在加入PMU量测装置后，式（1）中的z可展开为

$$z=[\ P_f\quad P_{f\text{-}p}\quad P_i\quad Q_f\quad Q_{f\text{-}p}\quad Q_i\quad \theta_p\quad V_p\ ]^{\mathrm{T}} \qquad (4)$$

式中，P_f和Q_f分别为传统SCADA所测量的输出的有功功率和无功功率；P_i和Q_i分别为所测量的输入的有功功率和无功功率；P_{f-p}和Q_{f-p}分别为伪量测输出的有功功率和无功功率；θ_p和V_p分别为PMU所量测的电压相角和电压幅值。

电力系统的状态估计是基于牛顿迭代法的迭代过程，状态估计相量x^{k+1}可以经过$k+1$次迭代而获得

$$x^{k+1}=x^k+[G(x^k)]^{-1}H^{\mathrm{T}}(x^k)w[z-h(x^k)] \qquad (5)$$

式中，$H(x)$为雅克比矩阵，$H(x)=\partial h(x)/\partial x$；$G(x)$为信息矩阵，$G(x)=H^{\mathrm{T}}(x)wH(x)$。

由于混合估计中包含了传统SCADA的量测量，所以混合估计依然是非线性估计。但是由于传统的SCADA中已经包含了量测的输出有功功率和无功功率，所以考虑伪量测量时，并不会增加混合估计的非线性特性。为了进一步地增加状态估计的准确性，通过给$\boldsymbol{R}$矩阵的对角矩阵分配较少的元素来增加虚拟量测量（比如零注入功率）的权重。但是高权重的虚拟量测量容易引起增益矩阵的病态性，从而影响到状态估计的结果。因此，在提出的方法中，为了避免增益矩阵的病态性，将零注入功率引入混合状态估计并作为约束条件。因此，状态估计最小化问题可以表示为

$$\begin{aligned}&\min J(x)=[z-h(x)]^{\mathrm{T}}\, w[z-h(x)]\\&c(x)=0\end{aligned} \qquad (6)$$

式中，$c(x)$为状态方程相关的零注入变量。

向量x的最优化问题可以通过对式（5）进行拉格朗日迭代使得x满足最小化的要求

$$\begin{pmatrix}\Delta x\\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}H^{\mathrm{T}}wH & -C^{\mathrm{T}}\\ C & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}H^{\mathrm{T}}w\Delta x^k\\ -c(x^k)\end{pmatrix} \qquad (7)$$

式中，$\Delta x=x^{k+1}-x^k$；$C=\partial c(x)/\partial x$；$\lambda$为一个包含拉格朗日算子乘数的向量。

1.1　状态估计结果

状态估计的方差作为衡量状态估计准确度的一个指标[6]，表达式为

$$\sigma_s=\sqrt{\sum_{i=1}^{M}\sum_{k=1}^{S}[x(k)-\hat{x}(k)_{(i)}]^2} \qquad (8)$$

式中，M为蒙特卡洛法进行状态估计的次数；S为状态估计变量的个数；x为状态估计变量；$\hat{x}$为状态估计的估计值。

1.2　传输的不确定性

在实际的电力系统中，量测量很容易受到噪声误差的干扰。因此，包括z在内的状态估计量测量受到高斯噪声均值为0与否是根据量测的类型而

定的，如表1所示。对于一个无偏方差的计算，蒙特卡洛进行1 000次试验，并取其平均值（单位均为标幺值）。

表1 最大量测不确定性

注入有功/无功	输出有功/无功	PMU电压幅值	PMU电流幅值	PMU相角(°)
3/100	3/100	0.02/100	0.03/100	0.01

此外，在表1中的不确定性的二次方，也被用于误差协方差矩阵$\boldsymbol{R}$的对角元素。相关伪量测的不确定性通过经典不确定性理论计算而获得。因此伪量测的不确定性可以用下式表示

$$u(P_{ij-p})=\sqrt{\sum_{k=1}^{4}[\partial P_{ij-p}/\partial p(k)]^2\{u[p(k)]\}^2} \quad (9)$$

$$u(Q_{ij-p})=\sqrt{\sum_{k=1}^{4}[\partial Q_{ij-p}/\partial p(k)]^2\{u[p(k)]\}^2} \quad (10)$$

式中，$p(k)=[V_i,\ \theta_i,\ I_{ij},\ \theta_{ij}]$；$u(p(k))$为包含标准不确定量测量$p(k)$的向量。

2 PMU配置策略

PMU的配置对于电力系统状态估计的准确度具有十分重要的影响。本文提出的方法假设在常规量测中电力系统是完全可观的。因此，PMU必须包含在量测系统混合状态的最小方差估计。对PMU最优配置就是用最少的PMU数目达到特定的方差值，从而提高状态估计的准确度。对PMU的优化配置算法采用0－1整数规划，计算公式为

$$\begin{cases}\min G(b)=c^{\mathrm{T}}b\\ b=0\\ Pb=1\end{cases} \quad (11)$$

式中，b为$N\times 1$向量，包括$N-1$个0和1个1；N为节点总个数；$c=\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{Var}$。

向量c是通过计算连接矩阵$\boldsymbol{A}$和向量Var的乘积而获得。其中充分考虑了各个节点的权重。连接矩阵$\boldsymbol{A}$是一个$N\times N$对称矩阵，主要由电力系统网络的拓扑结构而确定。其矩阵的$ij-th$和$ji-th$的元素为1，所有对角元素为1，其他的元素为0。向量Var为$N\times 1$矩阵，包含每个节点的变量，通过状态变量（V_i，θ_i）的协方差矩阵计算而得。向量Var的计算方法如下所示（以两节点系统为例）。

在状态估计中，协方差矩阵可以由下式获得

$$\boldsymbol{C}=(\hat{x}-x)(\hat{x}-x)^{\mathrm{T}} \quad (12)$$

将其展开为

$$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}\sigma^2_{\theta_1,\theta_1} & \sigma^2_{\theta_1,\theta_2} & \sigma^2_{\theta_1,V_1} & \sigma^2_{\theta_1,V_2}\\ \sigma^2_{\theta_2,\theta_1} & \sigma^2_{\theta_2,\theta_2} & \sigma^2_{\theta_2,V_1} & \sigma^2_{\theta_2,V_2}\\ \sigma^2_{V_1,\theta_1} & \sigma^2_{V_1,\theta_2} & \sigma^2_{V_1,V_1} & \sigma^2_{V_1,V_2}\\ \sigma^2_{V_2,\theta_1} & \sigma^2_{V_2,\theta_2} & \sigma^2_{V_2,V_1} & \sigma^2_{V_2,V_2}\end{pmatrix} \quad (13)$$

基于随机变量理论，两个或者两个以上的变量的方差可以通过式（12）获得

$$\sigma^2_{(V_1+\theta_1)}=\sigma^2_{\theta_1,\theta_1}+2\sigma^2_{\theta_1,V_1}+\sigma^2_{V_1,V_1} \quad (14)$$

所以两节点系统的向量Var可以表示为

$$\mathrm{Var}=\begin{pmatrix}\sigma^2_{(V_1+\theta_1)}\\ \sigma^2_{(V_2+\theta_2)}\end{pmatrix} \quad (15)$$

当某个节点安装PMU装置后，将会对最小化特定节点的方差以及相邻节点的方差产生影响。因此，寻找PMU的最佳配置，即是最大限度地减少状态估计的方差，足以找到那些具有最大方差比值的节点（总的方差和与相邻节点方差的比值）。因此，每个节点方差的总和可以通过连接矩阵$\boldsymbol{A}$和向量Var而获得。

此外，PMU优化函数$G(b)$容易受两个约束条件的影响，因此采用0－1整数规划法来求解最小化问题。第一约束条件保证PMU未安装在径向节点处，因为若径向节点无连接分支网络可能导致PMU的即时损失。第二个约束确保向量b只有一个1元素，其他的元素全为0（即对一个PMU进行一次迭代）。因此，在第二次约束中向量P已是一个含1的$1\times N$维矩阵。PMU最优配置的迭代过程框图如图2所示。

3 仿真部分

对本文提出的约束性混合状态估计和PMU的优化配置在IEEE 14、IEEE 30和IEEE 57节点系统上进行仿真验证。通过传统的量测和PMU安装最小化混合状态估计方差，这三个节点电力系统均是可观的。伴有零注入节点的传统量测和本文提出的PMU的优化配置方案如表2、表3和表4所示。

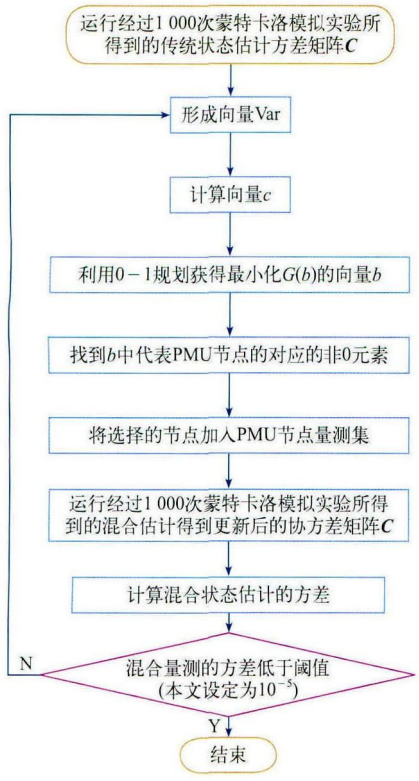

图2　PMU最优配置的迭代过程框图

表2　IEEE 14节点系统量测配置

潮流量测位置	注入量测位置	PMU位置	零注入功率
1－2，4－7，4－9，5－6，6－12，6－13，7－9，13－14	1，2，3，4，6，9，10，11，12，13，14	2，6，9	7

表3　IEEE 30节点系统量测配置

潮流量测位置	注入量测位置	PMU位置	零注入功率
1－3，2－4，2－6，4－6，5－7，6－8，15－23，15－18，25－26，25－27，28－27，29－30，6－9，6－10，6－28，12－13，12－15，16－17，10－17，10－20，14－15	1，2，4，6，10，11，12，15，18，19，24，25，27，30	1，5，10，12，15，27	6，9，22，25，27，28，

为了表明PMU的配置对于混合估计准确度的影响，将传统状态估计与混合状态估计的电压幅值和相角真实值与估计值的残差在图3～图8中表示。

为了验证所提出的PMU的配置方法的结果，三个节点系统所创建的所有节点组合都与每组的估计方差相关联。如果提出的方法是最优的，最小方差组合应该符合本文提出的PMU配置方案。通过穷举搜索法而得到的三个节点系统的最优组合已经在表2～表4中展现了出来。对于PMU数目较小的组合将进行进一步的性能估计。在穷举列

表4　IEEE 57节点系统量测配置

潮流量测位置	注入量测位置	PMU位置	零注入功率
1－15，1－17，2－3，3－4，4－18，6－7，7－8，7－29，8－9，9－10，9－11，9－12，9－13，12－16，12－17，13－15，14－15，14－46，18－19，22－23，22－38，24－25，28－29，24－26，26－27，28－29，32－33，35－36，38－48，46－47，52－29，52－53	1，2，5，6，10，12，13，15，18，19，25，27，30，32，35，41，42，44，47，49，51，53，54，55，57	4，9，12，19，25，28，32，38，41，51，53，56	4，7，11，22，24，26，34，36，37，39，40，45，46，48

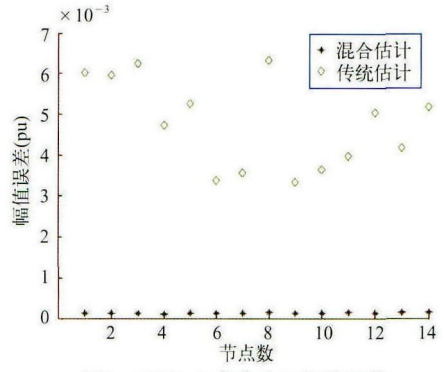

图3　IEEE 14节点电压幅值误差

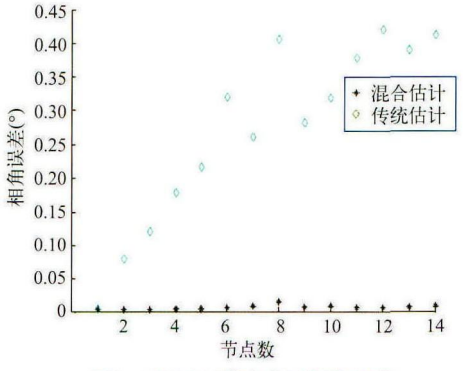

图4　IEEE 14节点电压相角误差

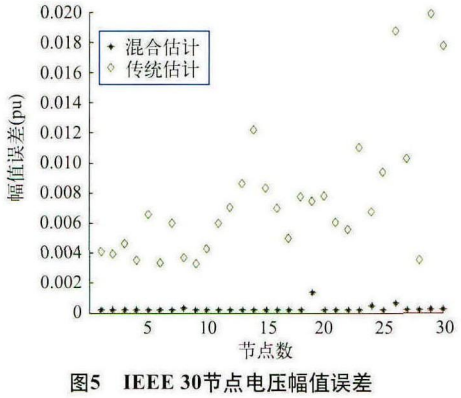

图5　IEEE 30节点电压幅值误差

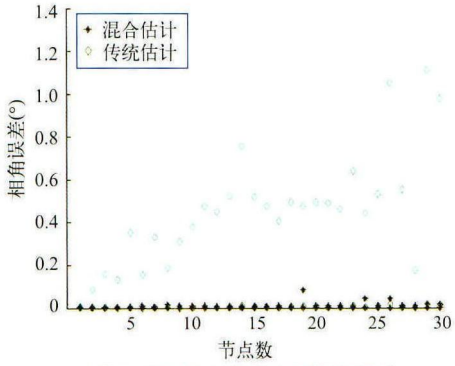

图6 IEEE 30节点电压相角误差

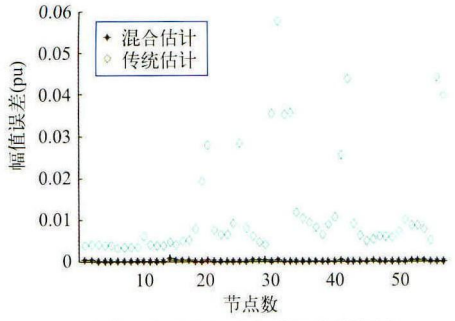

图7 IEEE 57节点电压幅值误差

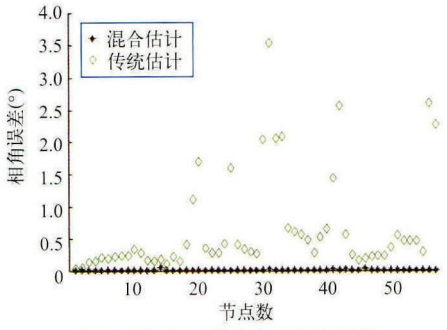

图8 IEEE 57节点电压相角误差

举法中的所有组合里，对于PMU个数比PMU组合少一个的PMU的估计方差与本文设定的最小方差阈值进行比较，若小于阈值，则停止迭代。在三个节点案例中，更少的PMU配置都不能满足所需要的估计性能。因此，所提出的方案是确定最小PMU数量的最优组合。

4 结束语

本文中，提出了优化PMU配置而改善混合估计准确度的方案。在IEEE 14、IEEE 30和IEEE 57节点系统上进行了仿真验证，并在三个节点系统上提出了优化PMU配置以最大化状态估计的准确度。通过对比传统的估计量与实际值的误差，以及对比本文提出的PMU优化后估计量与实际值的误差，有效地证明了本文方案明显可以改善混合估计的准确度。

参考文献

[1] 杨明海，王成山．电力系统PMU优化配置方法综述 [J]．电力系统及其自动化学报，2007，19 (2)：86-92．

[2] 张作鹏，陈刚，白茂金．基于动态规划算法的PMU优化配置 [J]．电网技术，2007 (增刊1)：52-56．

[3] 夏军，庞征斌，张峻，等．一种基于0-1整数规划的全局数据分布优化方法 [J]．国防科技大学学报，2009 (4)：62-67．

[4] 袁澎，艾芊，赵媛媛．基于改进的遗传-模拟退火算法和误差度分析原理的PMU多目标优化配置 [J]．中国电机工程学报，2014 (13)：2178-2187．

[5] 鲍威，蒋雪冬，陈利跃，等．考虑观测冗余度最大的0-1线性规划电力系统PMU最优配置 [J]．电网技术，2014 (8)：2051-2056．

[6] Bi T S，Qin X H，Yang Q X．A novel hybrid state estimator for including synchronized phasor measurements [J]．Electric Power Systems Research，2008，78 (8)：1343-1352．

[7] Valverde G，Chakrabarti S，Kyriakides E，et al．A constrained formulation for hybrid state estimation [J]．IEEE Transactions on Power Systems，2011，26 (3)：1102-1109．

[8] 李虹，李卫国．基于提高系统可观测性和状态估计精度的PMU配置 [J]．华北电力大学学报：自然科学版，2011 (1)：31-34，106．

[9] 王艳松，韩美玉，谭志勇．基于遗传算法的PMU配置对谐波状态估计质量影响的研究 [J]．电力系统保护与控制，2010 (21)：233-236，240．

[10] 吴星，刘天琪，李兴源，等．基于WAMS/SCADA数据兼容和改进FCM聚类算法的PMU最优配置 [J]．电网技术，2014 (3)：756-761．

[11] 赵媛媛，袁澎，艾芊，等．考虑拓扑约束并采用改进遗传算法的PMU优化配置 [J]．电网技术，2014 (8)：2063-2070．

（收稿日期：2016－04－29）EA