

基于db22离散小波变换和复调制细化法的电力系统谐波、间谐波分析

为了更精确地分析出电力系统中的各谐波和间谐波成分，提出一种将离散小波变换和复调制细化法结合的方法。利用小波的多分辨率特性，将原信号分解到不同的频带范围，再在不同的频带范围下用复调制细化法对信号进行分析。仿真结果表明其能够以较高的分辨率分析出频率相近的谐波成分。

贾芳成/重庆机电装备技术研究院有限公司

0 引言

近年来，随着各种非线性负载特别是电力电子设备在电力系统中广泛应用，电力系统谐波和间谐波污染日益严重。因此，对谐波和间谐波的检测和治理成为国内外电力工作者的工作重点之一^[1-2]。加窗插值快速傅里叶变换(FFT)^[3-5]是最常用的谐波检测方法之一，通过对信号在时间域上进行加窗处理，再根据频域中的谱线信息进行信号的频率、幅值和相位的修正，有效抑制了由栅栏效应和频谱泄漏引起的误差。但当信号存在频率相近的谐波成分时，由于主瓣干扰严重，这时插值算法所得到的谐波信息会存在很大误差。相比于加窗插值快速傅里叶变换无法分析相近的谐波成分的不足，参数化谱估计，如AR谱估计^[6-7]、Prony算法^[8]等，能在信号采样点很少的情况下对频率进行估计，具有很高的频率分辨率。但频率估计的准确度受模型阶数的影响，另外这些方法容易受到噪声的干扰，这都会导致信号的谱估计出现谱峰偏移、虚假谱峰，甚至小幅值谱被淹没的现象。

复调制细化法^[9-11](ZoomFFT)是一种经典的频谱细化算法。通过对信号进行滤波选抽后，再进行离散傅里叶变换(DFT)分析。该方法可以快速实时地对信号的某频率段进行高分辨率的频谱细化分析。本文利用离散小波变换(DWT)^[12]的多分辨率分析，将信号分解为各个不同的频率段，然后再对不同频率段的信号进行复调制细化分析。本文采用该方法对各次谐波、间谐波进行综合检测，并在噪声背景下对频率相近的谐波成分进行检测，仿真实验验证了该方法的正确性和有效性。

1 复调制细化法的原理和特点

在通常的FFT分析中，所得的频谱为 $[0, f_s/2]$ ，即为从零频开始的频带。谱线间隔 Δf 决定了频率分辨率。由式(1)可知提高频率分辨率可以通过降低采样频率 f_s 或者增加FFT分析点数 N 来实现，但是降低 f_s 会使所能分析的信号频率范围减小，而增加 N 会增大计算量。

$$\Delta f = f_s / N \quad (1)$$

所以针对含密集频率成分的信号，通常采用频谱细化算法对其分析，其中复调制细化法是一种最有效的方法之一。它是基于复调制频移的高分辨率FFT分析法，也叫作ZoomFFT。该方法设法将窄带频谱移至零频附近，再进行常规FFT运算。

文献[9]在传统ZoomFFT基础上做了改进，提出基于复解析带通滤波器的ZoomFFT算法，其能克服传统方法的局



贾芳成/工程师

关键词/Keywords

离散小波变换 ·
复调制细化法 ·
谐波 ·
间谐波 ·

限性,大大提高分析准确度和细化倍数。其原理如下。

设原始时间序列为 $x_0(n)$,其离散傅里叶变换为

$$X_0(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_0(n) W_N^{nk} \quad k=0,1,2,\dots,N-1 \quad (2)$$

$$W_N = e^{-j2\pi/N} \quad (3)$$

设需要细化分析的频带范围为 $[f_1 \ f_2]$,则需观测的中心频率为

$$f_c = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (4)$$

构造一个复解析带通滤波器,其宽度为 f_s/D 。其中 D 称为细化倍数,表征频谱细化的程度。

用复解析带通滤波器对 $x_0(n)$ 进行重采样滤波,重采样过程为每隔 D 点重采1点,这时候采样频率 f_s 就降为原来的 $1/D$,记为 f'_s 。设此时的处理信号为 $x_1(n)$ 。

对 $x_1(n)$ 进行复调制频移

$$x_2(n) = x_1(n) e^{-j2\pi n f_c / f'_s} \quad (5)$$

式中,采样频率 $f'_s = N\Delta f$;谱线间隔为 Δf ;频率中心移位 $L_0 = f_c / \Delta f$ 。

由DFT的频移性质可知,信号 $x_2(n)$ 的频谱 $x_2(k)$ 和信号 $x_1(n)$ 的频谱 $x_1(k)$ 有如下关系

$$X_2(k) = X_1(k + L_0) \quad (6)$$

式(6)表明,信号经过复调制后使原信号的中心频率 f_c 移动到了零频点,即把 $x_1(k)$ 中的第 L_0 条谱线移动到 $x_2(k)$ 中零点谱线位置。

再对信号进行FFT分析,所得到的谱线实际为频带范围为 $[f_1 \ f_2]$ 的窄带信号,且其频谱间隔为 $f_s/(DN)$,即实现了频谱的细化分析。

2 离散小波变换与多分辨率分析

小波变换克服了短时傅里叶变换在单分辨率上的缺陷,在时域和频域都有表征信号局部信息的能力,时间窗和频率窗都可以根据信号的具体形态进行动态调整。小波变换有如下的数学定义。

如果 $\Psi(t) \in L^2(R)$,其傅里叶变换为 $\Psi(\omega)$,如果其满足容许条件为

$$C_\Psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |\omega|^{-1} |\Psi(\omega)|^2 d\omega < \infty \quad (7)$$

那么可以定义 $\Psi(t)$ 为小波函数,根据小波函数

可以经过伸缩和平移后,构造出小波序列

$$\Psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (8)$$

式中, a 为伸缩因子; b 为平移因子。

定义连续小波变换如下

$$\begin{aligned} (W_\Psi f)(a,b) &= \langle f, \Psi_{a,b}(t) \rangle \\ &= |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可看出,变换后的函数与 a 、 b 都有关,即小波变换后的信息具有时频特性。

连续小波有很大的冗余性,在实际中,通常将进行 a 、 b 离散化,这时候连续小波变换就变成了离散小波变换,即DWT。

如果构造的小波序列为一群互相正交的,那么其可以进行多分辨率分析,Mallat是离散小波变换的快速算法,其算法所表现的就是多分辨率分析的过程,算法公式为

$$\begin{cases} A_0[x_0(n)] = x_0(n) \\ A_j[x_0(n)] = \sum_k h(2n-k) A_{j-1}[x_0(n)] \\ D_j[x_0(n)] = \sum_k g(2n-k) A_{j-1}[x_0(n)] \end{cases} \quad (10)$$

其基本思想是先将信号分解为两部分。

第一部分为原始信号通过由 $\varphi(t)$ 所生成的低通滤波器 $h(k)$ 得到的,称为逼近信号 A_1 。这里的 $\varphi(t)$ 称为尺度函数,其和小波函数一样可以经过伸缩和平移,构造出尺度序列 $\varphi_{a,b}(t)$,形式与小波函数类似。值得注意的是,这里构造出的 $\varphi_{a,b}(t)$ 是互相正交的,并且根据它可以生成相应小波函数 $\Psi(t)$,其构造的小波序列也是互相正交的。

第二部分为原始信号通过由 $\psi(t)$ 所生成的高通滤波器 $g(k)$ 所得到的,称为细节信号 D_1 。这个过程对信号进行了第一层分解。对逼近信号 A_1 进行分解,将逼近信号 A_1 分别通过高通滤波器与低通滤波器得到逼近信号 A_2 与细节信号 D_2 ,这个过程对信号进行了第二层分解。依次类推,分解过程如图1所示。

图1中符号“ $\downarrow_2$ ”表示对信号进行以2为基数的下采样,使信号通过高、低通滤波器后,序列的点数还和原信号序列点数保持一致。当小波是

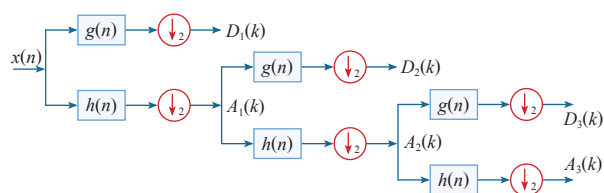


图1 三层小波分解示意图表示

正交小波时, 信号经过下采样后不会丢失掉任何信息。式(10)的数学含义即是信号通过滤波器再做下采样的过程。另外由于信号经过了下采样, 所以每经过一层分解, 实际上都是将信号的频率带宽进行了减半。因此, 如果信号的采样频率为 f_s , 则小波变换可以分析的频带范围为 $(0, f_s/2)$, 如果小波分解到第 j 层, 则最低子频带的频率范围为 $(0, f_s/2^{j+1})$ 。

所以, 原信号通过小波的多分辨率分析后, 谐波信号可以被分解到几个相应的子频带中去, 可对各个频带内谐波参数进行测量, 以达到谐波检测的目的。

3 基于离散小波变换和复调制细化法的谐波分析

对于电力系统中的谐波信号, 所包含频率相近的密集谐波成分可能会处在不同的频带范围内。由上述复调制细化法原理可知, 这时就需要用不同频带范围的带通滤波器对信号进行滤波后, 再对其进行复调制细化处理。而由离散小波变换的多分辨率分析, 其对信号的分解过程相当于让信号通过一组频带范围不同的带通滤波器, 所以可将两种方法结合起来, 即将复调制细化法中所用到的带通滤波器用离散小波变换代替。

4 仿真实验

考虑到电力系统广泛存在3、5和7等次数的稳态谐波分量、瞬态衰减谐波分量, 存在于各次谐波附近的密集间谐波分量, 以及由随机噪声干扰和因设备引起的噪声信号等, 不失一般性地, 构造信号如表1所示。

由表1可知, 信号在基波以及5次谐波附近都存在频率相近的密集谐波成分。除此之外, 信号还有

表1 稳态谐波和间谐波参数

频率/Hz	幅值/V	初相位($^{\circ}$)
49.3	9	90
50	25	0
150	10	45
162	5	63
250	6	18
252.1	3	18
282.8	1.5	0
350	3.6	135

衰减的15次谐波分量, 其表达式为 $20\cos(2\pi 650t)e^{-20t}$, 以及随机干扰的白噪声信号 $\partial(t)$, 其最大幅值为1 V。对该信号进行传统的FFT分析, 采样频率为12.8 kHz, 分析点数 N 为2 560。原始信号波形如图2所示, 得到的信号频谱如图3所示。

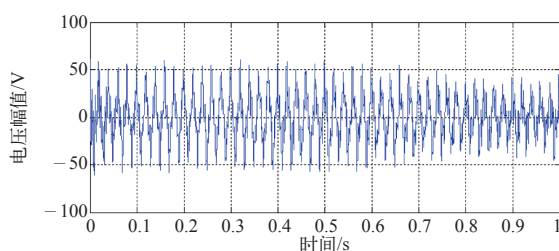


图2 原始信号波形

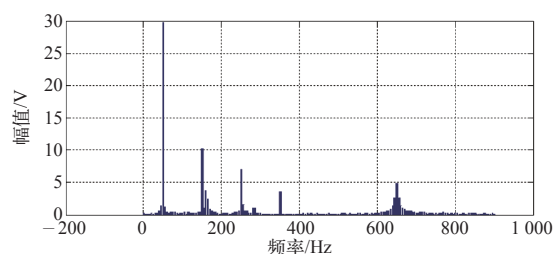


图3 原始信号频谱

由图2和图3可看出, 直接对原始信号进行频谱分析, 存在较大范围的频谱泄露。特别地对于频率为50 Hz、49.3 Hz这样的密集谐波成分, FFT算法根本无法识别出来。例如频谱上50 Hz点对应的30 V的幅值可认为是50 Hz、49.3 Hz这两个频率幅值的叠加而成。这是因为由FFT采样频率和分析阶数所确定的频率分辨率为5 Hz, 对于频率间隔小于5 Hz的频率分量, FFT无法分辨。另外对于衰减的650 Hz频率, 其显现在频谱650 Hz及附近的频率上。所以对于一个未知的信号, 无法通过其频谱判断该信号是一个稳态分量还是暂态分量。

采用文献[7]的基于AR模型的burg算法对信号进行分析,采样频率与分析点数均与上面的FFT一样。

图4为Burg算法分析得到的功率谱。模型阶数 p 采用AIC准则确定为242,由图4可看出,在有噪声干扰的情况下,在400 Hz、500 Hz和760 Hz附近出现了一些虚假谱峰,很容易将其误认为是一些能量很弱的谐波、间谐波信号。另外与FFT一样,对于650 Hz这个衰减的谐波信号,其也在图4中显示了出来。然而对于50 Hz、250 Hz谐波附近的密集频率信号,图4中仍然没有区分出来。图5为功率谱在50 Hz附近的放大图,从图5中可看出,其谱峰的位置在51 Hz,存在谱峰偏移的现象。为了提高频率分辨率,需要将模型阶数提高,一般地最大值不超过采样点数的1/3,这里取 p 为最大值为853,所得结果在50 Hz附近如图6所示。从图6中可看出,虽然出现了两个谱峰,但其频率值分别为49.8 Hz和50.9 Hz,此结果更可能代表的是由于

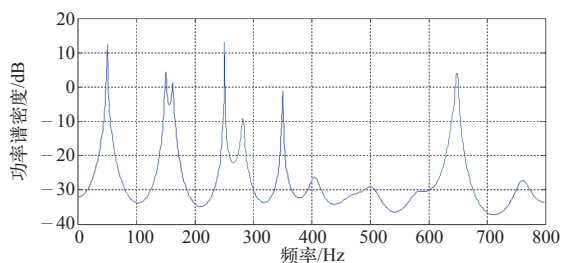


图4 Burg算法分析 ($p=242$)

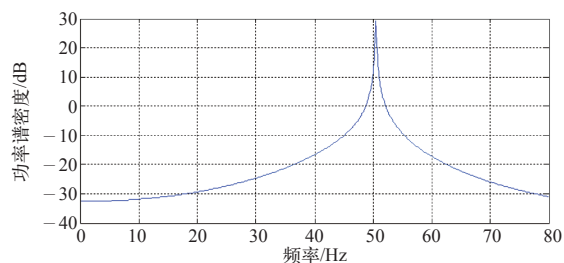


图5 50 Hz附近Burg算法分析 ($p=242$)

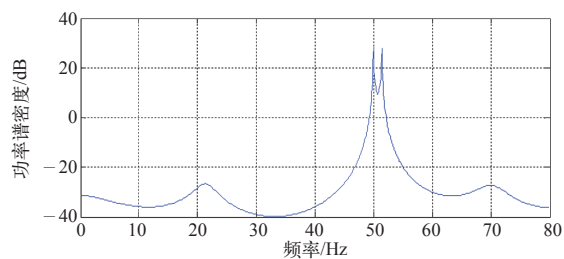


图6 Burg算法分析 ($p=853$)

模型阶数的增高而产生的谱线分裂现象,而不是49.3 Hz、50 Hz的估计值。

由上述可看出,Burg算法对原信号分析出的结果也不是非常理想。

利用本文的方法对信号进行分析,先采用db22小波对信号进行分解,分解的层数为6。从小波分解结构中提取1、2、3、4、5和6层的细节信号以及第6层的逼近信号,其各波形如图7所示。

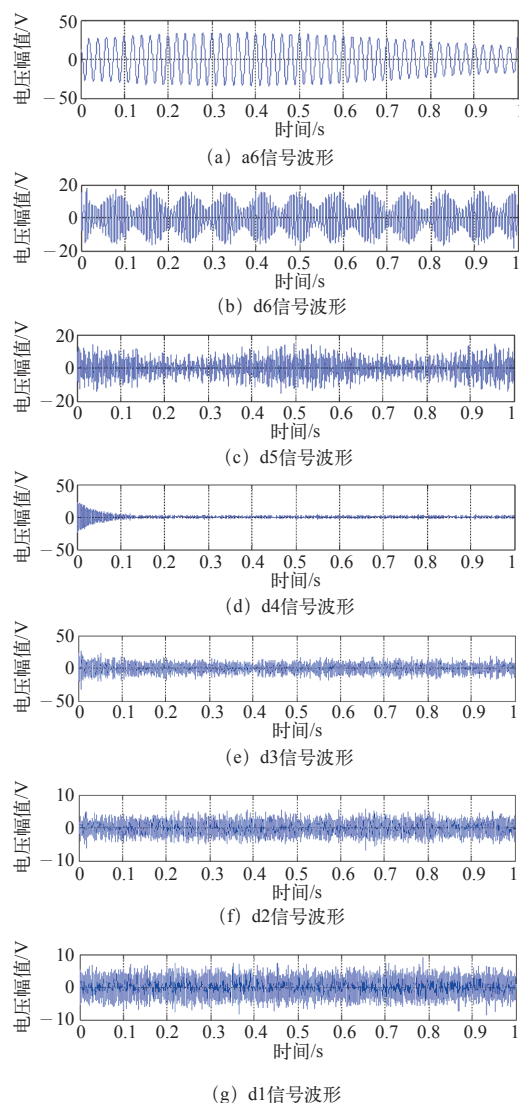


图7 db22小波信号分解

其中细节信号 $d1 \sim d6$ 的频带范围为 $[6 \cdot 400/2^j, 6 \cdot 400/2^{j-1}]$ Hz, j 为分解的层数,逼近信号 $a6$ 的频带范围为 $[0, 100]$ Hz。原始信号波形等于各部分的叠加。由图7可看出,信号在低层数即高尺度下分解出的为杂乱的噪声信号,在高层数即低尺度下分

解出的为规律变化的谐波信号。其中逼近信号a6很好地展现了频率在基波附近的信号波形。另外，d4信号的波形是衰减的，即对应信号中频率为650 Hz的衰减谐波分量。

通过小波分解，提取了信号在各频带范围的波形特征，这时候再对原信号进行细化分析便有了很强的针对性。细节信号d1~d3可视为噪声干扰信号，d4可视为衰减谐波信号，所以不对它们进行频谱细化。对于逼近信号a6，其频带范围为[0, 100]Hz，信号包含基波及其附近的间谐波分量。细节信号d6，其频带范围为[100, 200]，信号包含3次谐波及其附近的间谐波分量。细节信号d5，其频带范围为[200, 400]，信号包含5次、7次谐波及其附近的间谐波分量。各部分的细化频谱如图8所示，其中细化倍数 D 为5。

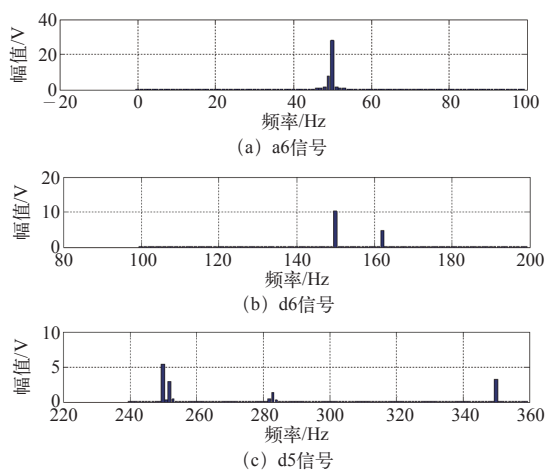


图8 信号细化频谱

由图8可看出，通过频谱细化后，频率分辨率提高到1 Hz。a6信号中50 Hz与49.3 Hz的密集频率分量成功地被分辨出来，d6信号中150 Hz与152 Hz的密集频率分量成功地被分辨出来。具体的检测数据如表2所示。

表2 谐波分量幅值比较

理论频率 /Hz	测量频率 /Hz	理论幅值 /V	测量幅值 /V	理论相位 (°)	测量相位 (°)
49.3	49	9	7.69	90	117.01
50	50	25	27.74	0	117.01
150	150	10	10.28	45	303.72
162	162	5	4.83	63	303.90

(续)

理论频率 /Hz	测量频率 /Hz	理论幅值 /V	测量幅值 /V	理论相位 (°)	测量相位 (°)
252.1	252	3	2.94	18	298.82
250	250	6	5.41	18	298.78
282.8	283	1.5	1.35	0	299.45
350	350	3.6	3.17	135	300.79

由表2可看出，幅值的分析结果与理论值非常接近。可以通过增大细化倍数，提高频率分辨率，使测量结果进一步提高。本方法的不足是相位的分析结果极不准确，这是因为FFT算法本身导致的。通常情况下FFT的相位谱都与实际值相差甚远，需要通过一些其他的方法对其进行校正。因为本文的重点主要在于提高频谱分辨率，识别出频率相近的谐波、间谐波信号，所以并未对相位问题进行进一步研究。

5 结束语

本文提出的基于db22小波变换和复调制细化法的电力系统谐波分析方法，利用小波变换分辨出了信号中的稳态分量、暂态分量以及噪声分量，对原信号的频谱分析针对性更强。通过细化分析，使频谱具有更高的分辨率，能准确地分辨出信号中的密集频率成分。该方法在相位的测量上存在很大的误差，需要附加额外的校正步骤。另外本文所涉及的频率分量较少，当信号中所含频率分量较多时，利用小波变换对信号进行分解时计算量会较大，所以如何将两种方法更有效地结合并降低计算量是笔者下一步的研究工作。

参考文献

- [1] 张宇辉, 金国彬, 李天云. 对称分量法检测间谐波背景下的基波分量[J]. 电网技术, 2006, 30(4): 31-35.
- [2] 肖鸿雁, 毛筱, 周靖林, 等. 电力系统谐波测量方法综述[J]. 电网技术, 2002, 26(6): 61-64.
- [3] 庞浩, 李东霞, 俎云霄, 等. 应用FFT进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报, (下转第84页)

发光体,则图像传感器的每个像素在单位曝光时间内的信号强度计算公式为

$$S = I \left(\frac{a_i}{\beta} \right)^2 \alpha \sin^2 \theta \frac{\tau_{\text{exp}} \text{QE}}{E_\gamma} \quad (9)$$

式中, α 为反射率; τ_{exp} 为图像传感器曝光时间; QE 为图像传感器的量子效率; $E_\gamma = hc/\lambda$ 。

根据式 (8) 和朗伯发光体的定义, 式 (9) 可写成

$$\text{SNR} = \left(\frac{a_i}{2F} \right) \sqrt{\frac{I \alpha \tau_{\text{exp}} \text{QE} \lambda}{hc}} \quad (10)$$

由式 (10) 可以看出, 虹膜采集系统的信噪比与图像传感器的像素大小、曝光时间成正比, 与光学镜头的 F 数成反比。因此, 增加光子入射的数量和时间可以有效地提高图像的信噪比。另外, 由于虹膜采集照明采用的是 850 nm 的近红外光源, 所以图像传感器的选择应该对 850 nm 的波长具有较高的量子效率。

3 结束语

虹膜图像质量作为虹膜采集技术的一个重要指标越来越受到广泛的关注。本文从光波衍射理论到光学镜头质量, 再到图像传感器的主要参

数, 深入分析了影响虹膜图像质量的关键问题, 提出了提高虹膜图像质量的限制因素和测试图像质量的重要指标, 为实际虹膜采集系统的设计奠定了理论基础。

参考文献

- [1] 梅江元. 虹膜识别算法关键技术的研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
- [2] 胡宗星. 虹膜采集关键问题的研究与实现 [D]. 长春: 吉林大学, 2011.
- [3] 吴岸雄. 虹膜识别关键技术的研究和应用 [D]. 长沙: 长沙理工大学, 2010.
- [4] 汪良会. 虹膜识别关键技术的研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
- [5] 罗忠亮. 虹膜生物特征的提取与识别 [D]. 广州: 华南理工大学, 2010.
- [6] 宗瑞山, 田启川. 虹膜采集系统中图像质量评估的研究 [J]. 微型机与应用, 2011, 30 (11): 49-51.
- [7] 刑文元. 虹膜图像采集技术及应用 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.

(收稿日期: 2016-12-23) **EA**

(上接第38页)

- 2003, 23 (6): 50-54.
- [4] 祁才君, 王小海. 基于插值FFT算法的间谐波参数估计 [J]. 电工技术学报, 2003, 18 (1): 92-95.
- [5] 钱昊, 赵荣祥. 基于插值FFT算法的间谐波分析 [J]. 中国电机工程学报, 2005, 25 (21): 87-91.
- [6] 马秉伟, 刘会金, 周莉, 等. 一种基于自回归模型的间谐波谱估计的改进算法 [J]. 中国电机工程学报, 2005, 25 (15): 79-83.
- [7] 莱忠法, 陈隆道. 基于AR谱估计和Adaline神经元的间谐波分析 [J]. 电力系统自动化, 2007, 31 (17): 78-82.
- [8] 熊杰锋. 基于加窗插值和Prony的电力系统间谐波

算法 [J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39 (7): 8-19.

- [9] 丁康, 谢明, 张彼德, 等. 基于复解析带通滤波器的复调制细化谱分析原理和方法 [J]. 振动工程学报, 2001, 14 (1): 29-35.
- [10] 王继东, 阳官庆, 文晶. 基于改进复调制细化法和加窗值快速傅里叶变换的电力系统谐波分析 [J]. 电网技术, 2012, 36 (2): 64-69.
- [11] 郭瑜, 汤宝平, 纪跃波, 等. 基于解析信号和带通滤波的频率细化分析 [J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2001, 24 (4): 18-25.
- [12] 张德主. MATLAB小波分析 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.

(收稿日期: 2016-11-20) **EA**