

最小旁瓣卷积窗加权频谱插值谐波测量方法

电力谐波的准确检测对谐波源定位和谐波治理具有重要的价值。虽然快速傅里叶变换（FFT）在谐波分析中获得了广泛的应用，但其准确度受到了栅栏效应和频谱泄漏的制约。提出一种基于最小旁瓣卷积窗（Minimized Side Lobe Convolution Window, MSLCW）的插值FFT谐波分析方法，首先运用MSLCW对采样信号加窗（时域加权）以充分抑制频谱泄漏，然后采用基于最小二乘法的频域双峰值谱线插值减少栅栏效应的影响。仿真和实验结果验证了方法的有效性和准确性。

邓高峰¹ 王定员² 朱亮¹ 唐璐² 赵震宇¹ / 1. 国网江西省电力公司电力科学研究院 2. 湖南大学电气与信息工程学院

0 引言

电网中接入的非线性负载日趋增多，由此所带来的谐波污染也日益严重，成为相关机构和学者关注的重点^[1-4]。电力谐波检测是分析谐波来源、确定谐波成分、治理谐波的基础和出发点，对电能公平计量、电网安全稳定运行具有重要的意义^[5-7]。

随着电子和数字信号处理（Digital Signal Process, DSP）等技术的发展，谐波检测出现了采用频域、时域和时频分析等多种不同方法。现在使用较多的谐波分析方法主要可以分为以下几类：①模拟滤波器方法；②瞬时无功功率理论；③小波变换；④神经网络；⑤支持向量机；⑥现代谱估计；⑦快速傅里叶变换（Fast Fourier Transform, FFT）。

基于FFT的谐波分析方法具有实现简单的优点，但也存在固有的频谱泄漏和栅栏效应等问题，导致谐波分析准确度

受到限制^[3-6]。国内外研究结果表明：加窗可以减少频谱泄漏，频谱插值可以减少所谓栅栏效应的影响。加窗插值FFT根据二维矩阵运算和窗函数的时频特征可以得到频谱校正模型，再通过求解多元高次方程实现谐波分析。但是该方法对于弱幅值谐波分析仍存在较大误差。卷积窗函数的提出为频谱泄漏抑制和弱幅值信号分析提供了新的思路^[8-11]。

为此，本文提出一种基于最小旁瓣卷积窗（Minimized Side Lobe Convolution Window, MSLCW）的插值FFT谐波分析方法，首先运用MSLCW对采样信号加窗以充分抑制频谱泄漏，然后采用基于最小二乘法的频域双峰值谱线插值来减少栅栏效应所产生的影响。由仿真和实验得出的结果可知，本文所研究的方法具有准确度高、抗噪性好的优点。

1 最小旁瓣卷积窗加权信号处理

考虑一个含有谐波的信号模型

$$x(n) = \sum_{h=1}^H A_h \sin[(2\pi h n f_0 / f_s) + \varphi_h] \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中， f_0 和 f_s 分别为基波频率和采样频率； A_h 、 $f_h = h f_0$ 和 φ_h 为第 h 次谐波的幅值、频率和初相角； H 为最高谐波次数； n 为采样点数； N 为窗长。

采用窗函数对信号加权可以减少频谱泄漏。在加窗FFT中常使用矩形窗、三角窗、余弦组合窗及卷积窗等窗函数。本文采用的是MSLCW，该窗函数是对四项三阶最小旁瓣窗做一次时域卷积得到，具有旁瓣衰减快、旁瓣峰值电平低



邓高峰/工程师

关键词/Keywords

谐波 ·
快速傅里叶变换 ·
最小旁瓣卷积窗 ·
插值 ·
频谱泄漏 ·

国家自然科学基金资助项目（61370014）。

和表达式简单的优点，其时域表达式为

$$w_m(n) = \sum_{p=0}^{p-1} (-1)^p a_p \cos\left(\frac{2\pi p n}{N}\right) \times \sum_{p=0}^{p-1} (-1)^p a_p \cos\left(\frac{2\pi p n}{N}\right) \quad (2)$$

式中， a_p 为窗函数系数， $a_p = [0.338\ 946, 0.481\ 973, 0.161\ 054, 0.018\ 027]$ ， p 为窗函数的次数。采用MSLCW对离散化后的信号进行时域加权，并进行离散傅里叶变换，可得

$$X(k) = \sum_{h=1}^H \frac{A_h}{2j} \left[e^{j\varphi_h} W_m(k - k_h) - e^{-j\varphi_h} W_m(k + k_h) \right] \quad (3)$$

式中， k 为离散频谱线的序号， $k = 0, 1, \dots, N-1$ ； W_m 为MSLCW的频谱函数，即

$$W_m(k) = \left\{ \sum_{p=0}^{p-1} \frac{a_p}{2} \left[\frac{\sin[(k-p)\pi] e^{-j\pi(k-p)(N-1)/N}}{\sin[(k-p)\pi/N]} + \frac{\sin[(k+p)\pi] e^{-j\pi(k+p)(N-1)/N}}{\sin[(k+p)\pi/N]} \right] \right\}^2 \quad (4)$$

对于第 h 次谐波而言，由于MSLCW具有优良的旁瓣性能，因此可忽略基波和各次谐波对第 h 次谐波的频谱泄漏影响，则式(4)可简化为

$$X(k) = A_h e^{j\varphi_h} \left\{ \sum_{p=0}^{p-1} \frac{a_p}{2} \cdot \frac{\sin[(k-p)\pi] e^{-j\pi(k-p)(N-1)/N}}{\sin[(k-p)\pi/N]} \right\}^2 \quad (5)$$

2 双峰值谱线插值算法

2.1 离散频谱峰值谱线插值

在离散频谱中，设 f_h 所匹配的准确位置是 hk_0 ，即 $hf_0 = hk_0 f_s/N$ 。如图1所示，非同步采样情况下， hk_0 将包含小数（即非整数， $hk_0 = k_1 + \delta$ ， $-0.5 \leq \delta$

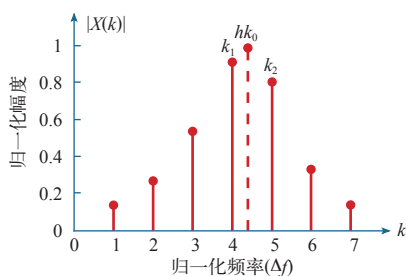


图1 非同步采样情况下离散频谱峰值谱线

< 0.5 代表真实频率的偏差)。此时， f_h 与离散频谱中的谱线无法重合，且一般位于最大幅值谱线 k_1 和次大幅值谱线 k_2 之间（ $k_1 \leq hk_0 \leq k_2 = k_1 + 1$ ）。

根据式(5)，可设这两条峰值谱线的幅值分别为 y_1 和 y_2 ，即

$$y_1 = |X(k_1)| = A_h \left\{ \sum_{p=0}^{p-1} \frac{a_p}{2} \frac{\sin[(k_1 - hk_0 - p)\pi]}{\sin[(k_1 - hk_0 - p)\pi/N]} \right\}^2 \quad (6)$$

$$y_2 = |X(k_2)| = A_h \left\{ \sum_{p=0}^{p-1} \frac{a_p}{2} \frac{\sin[(k_2 - hk_0 - p)\pi]}{\sin[(k_2 - hk_0 - p)\pi/N]} \right\}^2 \quad (7)$$

定义一个离散频谱峰值谱线插值系数 η ，结合式(6)和式(7)，可得

$$\eta = \frac{y_2 - y_1}{y_2 + y_1} = \frac{|X(k_2)| - |X(k_1)|}{|X(k_2)| + |X(k_1)|} \quad (8)$$

式(8)表明，离散频谱中第 h 次谐波的两根峰值谱线 k_1 和 k_2 的幅度经过一定的运算后可得到插值系数 η ，该系数与偏差 δ 存在一定的映射关系。

2.2 最小二乘法参数拟合

理论上可通过式(8)获得计算偏差 δ 的反函数，但存在计算量大的不足。另外还必须考虑前文所述推导过程中的近似误差（截断误差）。为此，本文采用最小二乘法进行频谱峰值的多项式拟合，进而建立 δ 的计算式。

根据式(8)，取 J 组系数 η 与偏差 δ 的匹配数据对 (η_j, δ_j) （ $j = 0, 1, \dots, J-1$ ），并计算 η_j 的残差

$$\gamma_j = S(\eta_j) - \delta_j \quad (9)$$

式中， $S(\eta)$ 为拟合多项式，且假设其最高为 Z 次，多项式的系数为 b_z （ $z = 0, 1, \dots, Z-1$ ），可记为

$$S(\eta) = b\eta \quad (10)$$

运用残差平方和最小的准则，可得

$$\operatorname{argmin} \|\gamma\|_2^2 = \operatorname{argmin} \sum_{j=0}^{J-1} [S(\eta_j) - \lambda_j]^2 \quad (11)$$

根据最小二乘法原理，令式(11)中函数的偏导数为0，建立方程组求解多项式系数 b_z

$$\frac{\partial \|\gamma\|_2^2}{\partial b_z} = 2 \sum_{j=0}^{J-1} \left(\sum_{z=0}^{Z-1} b_z \eta_j^z - \delta_j \right) \eta_j^z = 0 \quad (12)$$

采用式(12)可解出多项式系数 b_z , 实现离散频谱峰值的多项式拟合。

2.3 谐波参数计算式

考虑谐波分析的实时性要求, 在拟合过程中, Z 的取值一般不超过7次。本文采用MSLCW获得的拟合多项式($Z=5$)为

$$\delta = 0.2273\eta^5 - 1.4965\eta^4 + 4.1872\eta^3 - 6.5975\eta^2 + 6.9690\eta - 2.7894 \quad (13)$$

根据离散频谱谱线所匹配的谐波频率的一一对应关系 $hf_0 = hk_0f_s/N$, 可得第 h 次谐波频率的计算式为

$$f_h = hk_0\Delta f = (k_1 + \delta)\Delta f \quad (14)$$

由式(5)可推导第 h 次谐波的幅值和初相角计算式分别为

$$A_h = \frac{2y_1}{|W_m(-2\pi\delta/N)|} \quad (15)$$

$$\varphi_h = \arg[X(k_1)] + \frac{\pi}{2} - \arg\left\{W_m\left[\frac{-2\delta\pi}{N}\right]\right\} \quad (16)$$

在实际电力谐波分析中, 可以运用式(14)~式(16)逐次计算基波和各次谐波的频率、幅值和初相角。

3 实验结果与分析

3.1 含21次谐波信号仿真

本文首先采用文献[11]中的含21次谐波的模型进行仿真分析

$$x(n) = \sum_{h=1}^{21} A_h \sin\left(2\pi h \frac{f_0}{f_s} n + \varphi_h\right) \quad (17)$$

式中, f_0 为基波频率, $f_0 = 50.5$ Hz; f_s 为采样频率, $f_s = 4\,000$ Hz; 表1中列出了仿真信号中的基波和各次谐波的幅值和初相角值。本文采用Blackman窗(BL窗)、Blackman-Harris窗(BH窗)、Nuttall窗(NL窗)及离散Meyer小波进行对比分析, 窗函数的长度为 $N=1\,024$, 最小二乘多项式拟合次数为5次。图2~图4中给出了仿真得到的基波和各次谐波的频率、幅值和初相角的绝对误差, 其中 $ce-d$ 代表 $c \times 10^{-d}$ 。

表1 谐波的幅值和初相角

h	1	2	3	4	5	6	7
A_h/V	220	4.4	10	3	6	2.1	3.2
$\varphi_h(^{\circ})$	0.05	39	60.5	123	-52.7	146	97
h	8	9	10	11	12	13	14
A_h/V	1.9	2.3	0.8	1.1	0.7	0.85	0.1
$\varphi_h(^{\circ})$	56	43.1	-19	4.1	40	10.5	115
h	15	16	17	18	19	20	21
A_h/V	1	0.06	0.4	0.04	0.3	0.005	0.01
$\varphi_h(^{\circ})$	25	53.1	-132	85	0.8	53	-72

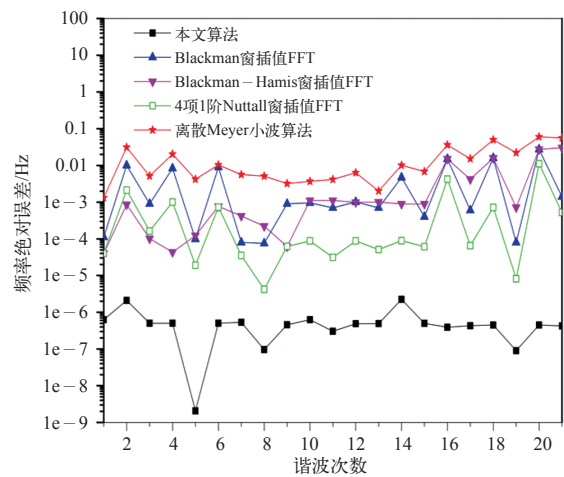


图2 谐波频率仿真绝对误差

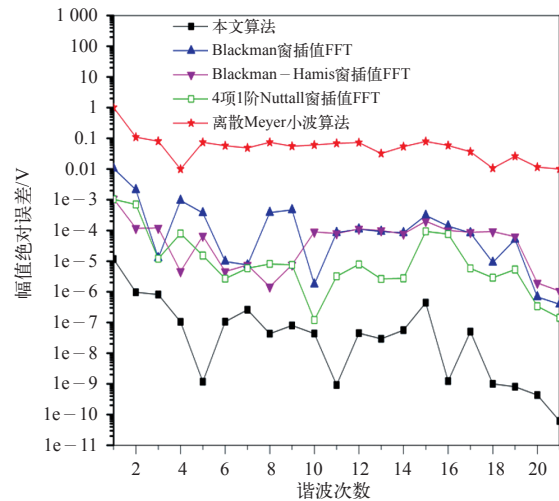


图3 谐波幅值仿真绝对误差

由图2~图4可见, 采用本文算法进行的频率计算的绝对误差不超过 2.9×10^{-7} Hz, 谐波幅值和初相角的绝对误差分别不超过0.000 94 V和0.012°。由图2~图4所示的仿真结果可见, 本文所

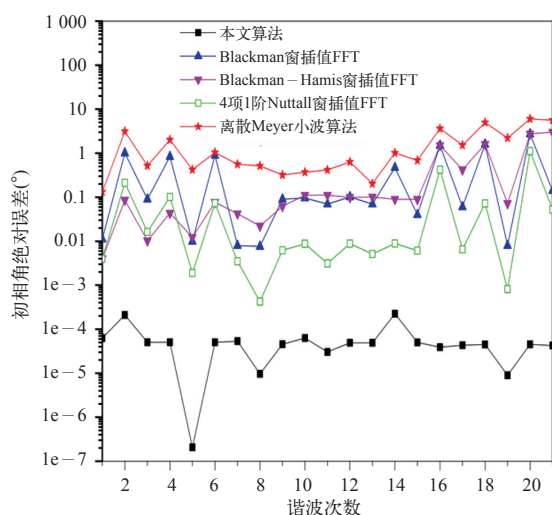


图4 谐波初相角绝对误差

提出的算法可完成复杂谐波信号分析,且具有较高的准确度。与BL窗、BH窗、4项1阶NL窗等加窗FFT及小波变换算法相比,本文算法具有更高的谐波分析准确度,且计算简单,易于实现。

3.2 MSLCW的插值FFT对间谐波的检测

为了测试最小旁瓣卷积加权频谱插值方法对间谐波的检测能力,本文对含谐波和间谐波的信号模型进行仿真。仿真的谐波和间谐波频率分别设置为50.1 Hz、100.2 Hz、150.3 Hz、75 Hz和120 Hz。仿真结果如表2所示。

由表2可见,最小旁瓣卷积加权频谱插值方法对间谐波幅值计算的绝对误差不超过0.001 05 V,初相角和频率的绝对误差分别不超过0.036°和 1.6×10^{-6} Hz。因此,本文算法既可以实现对谐波的高准确度检测,也可以实现对间谐波的高准确度检测。

表2 谐波和间谐波参数仿真分析

频率/Hz	23	50.1	75	100.2	120	150.3
幅值/V	9.8	220	51	4.4	5.6	10
相角/°	21	0.05	35	39	43.2	60.5
频率误差/ 10^{-6} Hz	1.4	0.6	1.2	0.05	0.9	0.01
幅值误差/ 10^{-3} V	0.9	1.05	0.75	0.65	0.83	0.16
相角误差/ 10^{-2} °	2.3	1.6	2.6	1.8	3.6	1.9

3.3 实际测量实验

本文通过实际测量实验验证算法的有效性,

谐波测量实验装置的结构原理框图如图5所示。本实验采用三相标准源HBS1030生成电压数据,通过NI PCI-6221为数据采集卡采集数据,由计算机(PC)进行数据存储及处理。其中,基波幅值222.5 V,3次谐波幅值8 V,5次谐波幅值5 V,7次谐波幅值3.5 V,9次谐波幅值2 V,11次谐波幅值1 V,基波和谐波初相角均设为0,基波频率设为50.1 Hz,采样频率为4 000 Hz,窗函数的长度为 $N=1\ 024$ 。

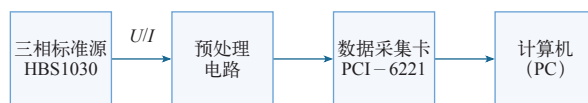


图5 谐波测量实验装置的结构原理框图

测量结果如图6所示。实验结果表明,本文算法具有较高的谐波测量准确度,为进一步电力系统现场谐波测量提供了有力保障。

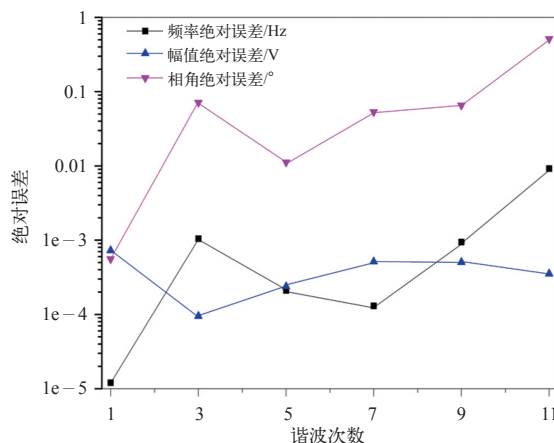


图6 实际测量实验的谐波参数绝对误差

4 结束语

文中提出了一种基于MSLCW的离散频谱插值谐波分析新方法,该方法采用MSLCW对采样信号完成时域加权以充分抑制频谱泄漏,然后采用基于最小二乘法的频域双峰值谱线插值克服栅栏效应的影响。仿真和实验结果均表明本文所提出的算法可以实现较高准确度的谐波和间谐波分析。

参考文献

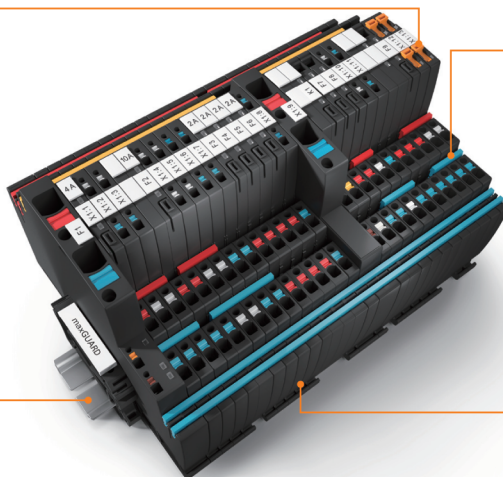
- [1] 邵李斌,王虎,吕琨璐,等. 电网谐波的来源、

- 危害及其监测意义 [J]. 电气时代, 2015 (7): 78-79.
- [2] 温和, 滕召胜, 王永, 等. 改进加窗插值FFT动态谐波分析算法及应用 [J]. 电工技术学报, 2012, 27 (12): 270-277
- [3] 毛涛, 乐健, 黄银龙, 等. 参数失谐对基于滤波器的高压直流输电系统交流侧谐波电压测量的影响 [J]. 电工技术学报, 2016, 31 (4): 147-154.
- [4] 王大刚, 刘百芬, 黄炜. 基于虚拟仪器技术的谐波检测系统的研究 [J]. 电气应用, 2007 (4): 94-96.
- [5] 何早红. 电力网中的谐波及其抑制技术 [J]. 电气应用, 2005 (6): 65-67, 103.
- [6] 李钜, 张怡茹. 基于输入观测器理论的电流谐波检测方法 [J]. 电工技术学报, 2016, 31 (7): 136-144.
- [7] 蔡涛, 段善旭, 刘方锐. 基于实值MUSIC算法的电力谐波分析方法 [J]. 电工技术学报, 2009, 24 (12): 149-155.
- [8] Zygarlicki J, Zygarlicka M, Mroczka J, et al. A reduced prony's method in power-quality analysis-parameters selection [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2010, 25 (2): 979-986.
- [9] 毕会静, 赵书强. 电力系统谐波测量方法 [J]. 电气时代, 2005 (10): 64-66.
- [10] 陈国志, 陈隆道, 蔡忠法. 基于Nuttall窗插值FFT的谐波分析方法 [J]. 电力自动化设备, 2011, 31 (4): 27-31.
- [11] 温和, 滕召胜, 黎福海, 等. 改进加窗频谱峰值拟合算法及谐波分析应用 [J]. 电工技术学报, 2011, 26 (10): 8-15.

(收稿日期: 2016-10-30) **EA**

实用的测试杆
电源分配端子具有测试杆, 可对负载回路进行手动通、断, 用于线路试验或检测。

满足特殊定制需求
丰富的产品型号, 多样的分线端子和附加组件能够始终确保提供客户特殊需求的解决方案。



适用横联件
可通过横联件进行负载监控回路连接, 减轻负载监控和分线端子之间的接线任务。



节省大量空间
电子负载监控和分配器, 单片6.1 mm宽。

Weidmüller

魏德米勒maxGUARD电子熔丝 ——负载监控与电压分配一体解决方案

魏德米勒创新的maxGUARD能够自动排除故障, 易于维护, 组成控制电压分配系统。maxGUARD系统整合了以往需独立安装的电子负载监测输出中的等电位分配端子, 是24V DC电压控制分配系统的完整解决方案, 帮助用户有效的节省时间、增加失效保护安全性、节省高达50%的端子导轨空间。

魏德米勒电联接(上海)有限公司
电话: 86 21-22195008 网址: www.weidmueller.com.cn

扫一扫, 关注魏德米勒官方微信



Let's connect.