

高压直流输电线路离子流场计算预测方法

高压直流输电线路发生电晕放电时，周围空间会充满带电离子，从而使空间电场显著增强，并使空间电场的计算更加困难和复杂。基于上流有限元法提出一种计算直流线路离子流场的方法，并对有限元网格剖分方式和导线表面电荷更新方法进行了改进，实际线路下测试结果验证了该算法的有效性。

赵永生/南水北调中线干线工程建设管理局

0 引言

直流线路运行中，允许其导线有一定程度的电晕放电，因此在线路附近存在大量空间电荷。空间电荷本身产生的电场与导线电荷产生的标称电场共同作用形成合成电场，并且空间电荷在电场的作用下运动，形成离子流^[1]。合成电场和离子流密度是制约特高压直流输电线路参数选择、线路优化设计和走廊选择的重要因素^[2]。因此，在设计线路时，对直流线路的合成电场、离子流密度进行预测计算和分析，显得尤为重要。

目前对直流线路离子流场的计算方法可概括为三种。

1) 基于Deutsch假设的通量线法。其基本思想是沿着标称电场的电场线求解空间电荷的分布，化二维场为一维场^[3]。通量线法是最早用来计算直流线路电晕损失和离子流场的方法，有学者认为离子流场电场线严重偏离了其标称电场线分布，通量线法所依赖的Deutsch假设不太符合离子流场的物理实际^[4]。

2) 半经验公式法。美国EPRI在利用试验线段进行了大量试验，并分析了地面合成电场和离子流密度与试验线段基

本参数间的关系，在此基础上提出了半经验公式法^[5]。半经验公式法是在试验线段下经过长期、反复的测试和分析得到的，由于缺少深入的理论分析，结论依赖于被测线路的参数和环境参数，其应用范围有很大的局限性，使得该方法难以直接应用到其他结构线路的地面合成电场与离子流密度的预测。

3) 有限元法。Janischewskyj和Gela以有限元法计算了同轴圆柱电极的离子流场，计算结果与同轴圆柱离子流场解析解基本一致，但在计算实际直流线路时遇到困难，如果计算中迭代初值选择不当，容易导致解的不收敛^[6]。针对迭代过程中的数值稳定问题，日本学者Takuma等人提出了一种根据逆流差分原理计算空间电荷密度的有限元计算方法——上流有限元法(Upstream FEM)^[7]。该方法将导线的边界条件设为电荷密度保持不变，而导线表面电荷密度需要实际测量电晕电流获得。

在上述三种方法中，有限元法的适应性较强，能方便地处理非线性和复杂边界区域的问题，逆流差分原理的引入较好地解决了稳定性问题，不足之处是在求解过程中需要对成千上万个网点进行反复的迭代，计算较费时，下一步的努力方向应是提高计算准确度和迭代收敛速度。本文采用上流有限元法计算直流线路离子流场，并对计算准确度、计算效率和稳定性进行研究，以为直流输电线路的研究与设计提供参考和指导。



赵永生/工程师

关键词/Keywords

高压直流 ·
输电线路 ·
离子流场 ·
上流有限元 ·

1 直流离子流场的基本方程及边界条件

1.1 计算的基本假设

为了便于问题的求解,本文在计算时采用了如下假设。

- 1) 忽略导线周围电晕层的厚度,电晕已达稳态,不考虑暂态过程。
- 2) 电荷只受电场力的作用,忽略空间电荷的扩散作用。
- 3) 导线起晕后,导线表面电场强度保持起晕电场强度不变,即Kaptzov假设^[8]。
- 4) 正、负离子的迁移率及复合系数为常数。
- 5) 忽略杆塔和导线弧垂的影响及电晕分布的不均匀性,将实际的三维问题简化为二维问题。
- 6) 视大地为纯导体。

1.2 约束方程

在上述假设的基础上,双极直流线路离子流场的基本方程为

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{\rho_+ - \rho_-}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$J^+ = \rho_+ (K_+ E + W) \quad (2)$$

$$J^- = \rho_- (K_- E - W) \quad (3)$$

$$\nabla J^+ = -R \frac{\rho_+ \rho_-}{e} \quad (4)$$

$$\nabla J^- = R \frac{\rho_+ \rho_-}{e} \quad (5)$$

$$E = -\nabla \Phi \quad (6)$$

$$\rho = \rho_+ - \rho_- \quad (7)$$

$$J = J^+ + J^- \quad (8)$$

式中, Φ 为电势, V; ρ_+ 、 ρ_- 为正、负空间电荷密度, $C \cdot m^{-3}$; ϵ_0 为介电常数, 值为 $8.854 \times 10^{-12} F \cdot m^{-1}$; J^+ 、 J^- 为正、负离子电流密度, $A \cdot m^{-2}$; K_+ 、 K_- 为正、负离子迁移率, $m^2 \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}$; E 为电场强度, $V \cdot m^{-1}$; W 为风速矢量, $m \cdot s^{-1}$; R 为离子复合系数, $m^3 \cdot s^{-1}$; e 为电子电量, $1.602 \times 10^{-19} C$ 。

1.3 边界条件

由已知的条件,有

1) 导线表面

$$\Phi = \pm U \quad (9)$$

式中, $\pm U$ 分别为正、负极导线运行电压。

2) 地面

$$\Phi = 0 \quad (10)$$

3) 假定人工边界离导线足够远,以至空间电荷对该处电场的影响与导线电荷相比可以基本忽略,则在人工边界上有

$$\Phi = \varphi_a \quad (11)$$

式中, φ_a 为人工边界的标称电位。

4) 根据Kaptzov假设,导线表面有

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -E_{on\pm} \quad (12)$$

式中, $E_{on\pm}$ 为正、负极导线的起晕电场强度。

1.4 计算场域剖分

求解多分裂的直流线路离子流场时,有限元法分析求解的区域大而复杂,难以采用人工方法对场域进行剖分。因此本文用Matlab内置的PDE工具箱,使用三角元实现对计算场域的自适应剖分。但为适应有限元细分,本文对初始剖分结果按下述方式进行规范化细分:在初始单元、节点编码及节点坐标信息的基础上,以三角元各边中点 r 、 s 和 t 为细分点,自动地逐次将每个三角元细分成四个相似三角元,并与原始三角元相似,如图1所示。

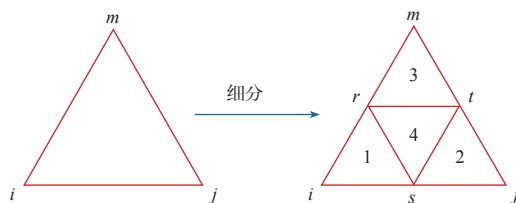


图1 三角元网格的细分

按照上述方法规范化细分,提供了逐次细分的乃至无限细分的可能性;其次,在主次细分中,每个节点关联的单元边上的分支数保持不变,所以对节点再细分前后有贡献的单元数保持不变,这意味着系数矩阵中相应行(或列)内的非零元素个数保持不变,使有限元方程显得简洁,并便于压缩系数矩阵的存储空间。

2 上流有限元法计算直流线路离子流场的实现

2.1 空间电场的计算

在采用场域分割法时,在电场分布极不均匀的输电线附近,电位的计算容易产生误差。因标称电场可快速、较精确地计算得到,为了提高计算的准确度和效率,这里将合成场电位 Φ 分为标称电场电位 φ 和电荷电场电位 $\varnothing$ 两部分分别求解, $\Phi = \varphi + \varnothing$,故泊松方程变为

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (13)$$

$$\nabla^2 \varnothing = -\frac{\rho^+ - \rho^-}{\epsilon_0} \quad (14)$$

可用逐步镜像法直接求得标称电场电位 φ 的解^[9];用有限元方法求解空间电荷电场电位 $\varnothing$, $\varnothing$ 在边界处满足 $\varnothing = 0$ 。

2.2 空间电荷密度的计算

将式(2)、式(3)分别代入式(4)、式(5)中,可得

$$\nabla \rho_+ V_+ = -\frac{K_+}{\epsilon_0} \rho_+^2 + \left(\frac{K_+}{\epsilon_0} - \frac{R}{e} \right) \rho_+ \rho_- \quad (15)$$

$$\nabla \rho_- V_- = -\frac{K_-}{\epsilon_0} \rho_-^2 + \left(\frac{K_-}{\epsilon_0} - \frac{R}{e} \right) \rho_- \rho_+ \quad (16)$$

式中, $V_+ = K_+ E + W$, $V_- = -K_- E + W$ 分别为正负离子的迁移速度。本文的计算中正、负离子迁移率分别取 $1.36 \times 10^{-4} \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ 、 $1.87 \times 10^{-4} \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$,复合系数取 $2 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ 。

由式(15)、式(16)求解各节点的空间电荷密度是一个很重要的过程,由于电流连续性方程中包含着一阶导数项,反复迭代计算中容易产生不稳定。为避免这种不稳定性,这里采用上流有限元法求解。

2.3 导线表面电荷密度自适应迭代过程

将计算出的各节点空间电荷密度 ρ_+ 和 ρ_- 代入正向过程求解各节点的电位和电场,由各节点的电位和电场代入反向过程求解各节点的空间电荷密度 ρ_+ 和 ρ_- 。如此迭代计算直到所有极导线表面的电场和所有节点的空间电荷密度分别满足式

(17)、式(18)时就得到所求的数值解。

$$\frac{|E_{\max} - E_{\text{on}}|}{E_{\text{on}}} < \delta_E \quad (17)$$

$$\left| \frac{\rho_n(i) - \rho_{n-1}(i)}{\rho_{n-1}(i)} \right| < \delta_\rho \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (18)$$

式中, $E_{\max}$ 为各极导线表面最大电场; $\rho_{n-1}(i)$ 、 $\rho_n(i)$ 分别为第*i*个节点第*n-1*次和第*n*次迭代求出的空间电荷密度; m 为总节点数; δ_E 、 δ_ρ 为容许误差。

当相对误差不满足条件时,需要对各极导线表面的电荷密度进行修正。采用弦割法的思想,提出一种导线表面电荷密度的迭代更新方法,即

$$\rho_n(i) = \rho_{n-1}(i) \left[1 + \mu \frac{E_{n-1}(i) - E_{\text{on}}}{E_{n-1}(i) + E_{\text{on}}} \right] \quad (19)$$

式中, $E_{n-1}(i)$ 为导线上*i*点*n-1*次迭代计算的合成电场值,导线表面节点根据各自电场强度与起晕电场值的差值,自行调整该点电荷密度的修正度,实现导线表面电荷密度的自适应更新,使导线表面电场的计算值较快地向起晕电场值收敛,从而减少计算时间。

计算流程如图2所示。

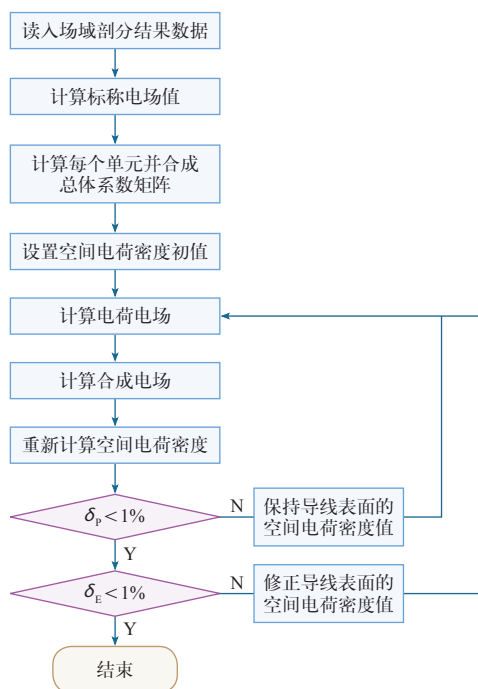


图2 上流有限元计算流程

3 计算方法的验证

± 800 kV向家坝—上海特高压直流线路途径湖北某地时,线路下方开阔平坦,在此地对地面合成电场进行了测量,如图3所示。该线路采用的导线为 $6 \times \text{ACSR}-720/50$,分裂间距为0.45 m,极间距为22 m,测量处导线高为25 m。



图3 合成电场的测量

取地面合成电场测量结果的50%值,使用本文算法和计算程序对合成电场进行了计算,计算值与测量值的比较如图4所示。可以看到二者一致性良好,验证了计算方法的有效性。

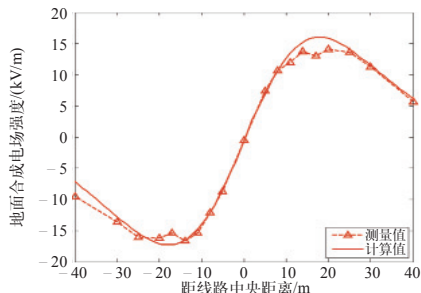


图4 计算值与测量值的比较

4 结束语

对一般情况下直流线路离子流场的计算进行研究,取得以下结果。

1) 发展了基于上流有限元法的直流离子流场计算方法,并针对上流有限元法耗时较长、收敛较慢的特点,采用合理的网格剖分技术、导线表面节点电荷密度自适应更新策略等方法,保证在同样的计算准确度条件下,大幅提高了计算效率,同时提高了计算的稳定性。

2) 对 ± 800 kV向家坝—上海特高压直流线路

地面合成电场进行了实地测量,测量结果验证了算法的有效性。

3) 开发了直流离子流场的求解器,具有良好的稳定性和适应性,可计算多分裂线型、多回线路的直流线路离子流场。

参考文献

- [1] 张文亮,于永清,李光范,等. 特高压直流技术研究[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(22): 1-7.
- [2] 刘振亚. 特高压直流输电线路[M]. 北京: 中国电力出版社, 2009.
- [3] Deutsch W. Über die Dichtverteilung Unipolarer Ionenströme[J]. Annalen Der Physik, 1933(5): 589-613.
- [4] Maruvada P S. Electric field and ion current environment of HVdc transmission lines: comparison of calculations and measurements[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2012, 27(1): 401-410.
- [5] EPRI. Charge Density Measurement near HVDC Transmission Lines[R]. California: EPRI, 1980.
- [6] Janischewskyj W, Gela G. Finite element solution for electric fields of coronating DC transmission lines[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1979, PAS-98(3): 1000-1007.
- [7] Takuma T, Ikeda T, Kawamoto T. Calculation of ion flow fields of HVDC transmission lines by the finite element method[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1981, PAS-100(12): 4802-4808.
- [8] Lu Tiebing, Feng Han, Zhao Zhibin, et al. Analysis of the electric field and ion current density under ultra high voltage direct-current transmission lines based on finite element method[J]. IEEE Transaction on Magnetics, 2007, 43(4): 1221-1224.
- [9] 杨勇. 交直流同走廊线路的电场分析和计算[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2008.

(收稿日期: 2017-02-04) **EA**