

「构电模型」

基于CVaR风险理论的购电优化模型研究

文/湖北能源集团新能源发展有限公司 田 洲

随着电力市场逐步放开，供电公司可以在多种电力市场进行购电交易，以实现供电公司的利益增效。然而供电公司在多种电力市场中如何有效分配购买电量，实现自身的利益最优，以及供电公司在多种电力市场中的购买电量决策风险如何降低到最小等问题值得探究。因此，基于条件风险价值（CVaR）理论构建了供电公司在多种电力市场中购电的期望收益和风险的多目标模型，充分考虑了供电公司自身购买电量和用户负荷曲线出现偏差时所应采取的补偿措施，从而加强供电公司对用户负荷曲线的预测能力。最后，通过算例仿真，验证了该模型的有效性，为供电公司在多种电力市场环境下如何权衡自身收益和风险提供了合理参考。

随着我国市场经济的迅猛发展，电力需求量也会随之增加，考虑电力无法在电网上有效存储且电力供需要维持实时平衡。至此，电力公司需要提前制订相应购电计划从发电企业购买电量来满足各用电负荷需求。据有关文献所述，电价很大程度上对电力能源供需会产生引导作用，从而对供电公司的收入产生重大影响。目前我国的购电市场主要有中长期合约市场、日前市场以及实时市场。鉴于合约市场的时间跨度相对较长，且交易双方规定了合约电量交割时的价格。因此，合约市场的交易电量和电价都相对固定，使得供电公司在合约市场内所面临的风险最小，为供电公司提供了稳定的电量供应。日前市场在电力市场中的地位是很重要的，完成了现货市场交易大部分的电量竞价工作，落实各机组在交易日中的发电计划曲线，同时制订满足电网安全校核的购电计划。而实时市场交易针对下一个交易时段负荷的波动，发电机组的非计划停运故障以及天气突变等因素的影响，供电公

司所签订的合约电量和日前电量无法应对电力短时间内的供需波动，则需借助实时电力市场来平衡。然而，鉴于合约市场，日前市场和实时市场的电价波动性以及用户负荷电量的波动性，使得供电公司在以上三种电力市场中购电的收益存在风险。

据有关文献所述，认为风险的本质就是不确定因素。由此借鉴金融领域的条件风险价值（CVaR）理论，能够清晰地刻画市场中不确定因素所引起的风险问题，即CVaR指在一定置信水平下，损失超过某个给定的最大潜在损失期望。

基于以上论述，本文对供电公司在合约，日前以及实时三种电力市场的购电分析，建立供电公司在三种电力市场中的购电期望收益和CVaR风险多目标模型。并考虑到供电公司对用户负荷的预测偏差，充分考虑了购电总电量不足和购电总电量充足的情况，并在供电公司收益模型中予以体现。最后，通过算例仿真进行说明。

CVaR风险理论

假设 $f(x, y): R^n \times R^m \rightarrow R$ 表示一个投资组合的损失函数, 其中的控制矢量 $x \in X$ (X 为满足一定条件的投资组合可行集, x 为 n 维投资组合方案向量), 随机矢量 $y \in R^m$, 表示市场的随机因素。假定 α 为 $f(x, y)$ 的临界值。假设 y 的联合概率密度函数为 $\rho(y)$, 对于确定的 x , 由 y 引起的损失 $f(x, y)$ 是 R 上服从某一分布的随机变量, 其不超过临界值 α 的分布函数为

$$\Psi(x, \alpha) = \int_{f(x, y) \leq \alpha} \rho(y) dy \quad (1)$$

对于任意固定的 x , $\Psi(x, \alpha)$ 作为 α 的函数是在投资组合 x 下的损失累积分布函数。以 β 表示置信水平, $\alpha_\beta(x)$ 表示当投资组合为 x 时损失 $f(x, y)$ 所对应的 VaR 值, 其计算公式为

$$\alpha_\beta(x) = \min \{ \alpha \in R; \Psi(x, \alpha) \geq \beta \} \quad (2)$$

再以 $\Phi_\beta(x)$ 表示资产损失 $f(x, y)$ 不小于 $\alpha_\beta(x)$ 时的 CVaR 值

$$\begin{aligned} \Phi_\beta(x) &= E(f(x, y) | f(x, y) \geq \alpha_\beta) \\ &= \frac{1}{1-\beta} \int_{f(x, y) \geq \alpha_\beta} f(x, y) \rho(y) dy \end{aligned} \quad (3)$$

由于式 (3) 中含有 VaR 函数的 $\alpha_\beta(x)$ 项, 然而大多情况下 $\alpha_\beta(x)$ 的函数解析式难以直接求出, 可以运用模拟抽样的方法进行估计。假定 $y_1, y_2, \dots, y_q$ 为 y 的 q 各样本, 则函数 $F_\beta(x, \alpha)$ 的估计值如下

$$\tilde{F}_\beta(x, \alpha) = \alpha + \frac{1}{q(1-\beta)} \sum_{i=1}^q [f(x, y_i) - \alpha]^+ \quad (4)$$

基于 CVaR 理论的购电优化决策模型

供电公司可以在合约市场、日前市场以及实时市场购买电量, 考虑其市场结构机制和电价模型所属差异, 最终使得供电公司所应对的风险有所不同。本文统一分析供电公司在三种电力市场环境下的总的购电收益和风险, 探讨购电市场结构和购电决策模型。

1. 购电市场结构

由于合约市场的时间跨度较长, 通常是年度和月度为单位, 那么签订合约的价格相对固定, 以双方合约协商的切割价格为主。相应地, 其风险不确定性最小。假设合约市场的风险为零, 即按照合约市场签订的电量和电价进行交易。日前市场是购电公司根据当日的购电计划 (电量、电价等信息) 以及预测用户负荷等信息安排次日的购电份额, 被选中的发电机组在次日按照已分配

的发电计划完成发电任务。考虑负荷波动以及机组故障等影响, 购电公司在日前市场所签订的合同电量会有一定的偏差。为了确保购电公司能够全额满足用户的电量需求, 需要在实时市场购买差额电量, 以确保电力供需平衡。其购电市场结构简图如下所示。

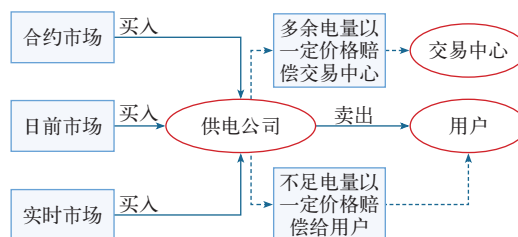


图1 购电市场简要示意图

2. 建立购电收益-CVaR多目标优化模型

随着我国电力市场的不断发展, 供电公司在合约市场、日前市场以及实时市场的购电组合都会涉及到电价和电量的择优选择过程, 其所需要的购电成本也具有很大的波动性。因此, 供电公司在追求自身最优收益的过程中也应权衡风险因素。由此, 通过建立购电收益和 CVaR 的多目标优化决策模型, 使得供电公司在电力市场中购电所得收益和风险进行有效决策。

现有文献, 认为三种电力市场的电价均服从正态分布。假定供电公司在合约市场的购买电量为 Q_1 , 购买价格为 P_1 , 由于合约市场电价以市场均衡理论为基础, 认为供电公司在合约市场的敲定价格 P_1 为一确定值, 即设定方差为 0。在日前市场的购买电量为 Q_2 , 购买价格为 P_2 , 服从均值为 U_2 , 方差为 σ_{22} 的正态分布; 在实时市场的购买价格 P_3 服从均值为 U_3 , 方差为 σ_{33} 的正态分布, 购买电量为 Q_3 。则供电公司所需的购电成本为

$$C_t = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + P_3 Q_3 \quad (5)$$

由于负荷预测精度的影响, 使得供电公司在电力市场中的购买电量会与实际的负荷电量需求存在一定的偏差, 本文将以购买电量高于负荷实际电量需求和购买电量低于负荷实际电量需求进行分析, 如下所示。

1) 购买电量高于负荷实际需求电量时, 供电公司将盈余的购买偏差电量以价格 λ 向交易中心进行赔偿, 则供电公司应向交易中心支付的赔偿费用为

$$W_\lambda = \lambda \left(\sum_{i=1}^3 Q_i - Q_L \right) \quad (6)$$

式中, Q_L 为负荷的实际需求电量。

2) 购买电量低于负荷实际需求时, 供电公司不能满足用户的实际用电需求, 而传统的拉闸限电显然不能适应电力市场的要求。通过设置合理的用户补偿机制可以建立用户和供电公司良好的互动关系, 即设定供电公司对用户的补偿价格为 η , 则供电公司对用户的补偿费用为

$$W_\eta = \eta \left(Q_L - \sum_{i=1}^3 Q_i \right) \quad (7)$$

那么, 供电公司的收益模型应包括: 卖给用户的电量收益—电力市场中的购电成本—购电偏差电量的惩罚费用。即表达式如下

$$\Pi = P_S \sum_{i=1}^3 Q_i - C_t - v_1 W_\lambda - v_2 W_\eta \quad (8)$$

式中, P_S 为供电公司卖给用户的出售电价; v_1 , v_2 分别为供电公司赔偿给交易中心的费用和赔偿给用户的费用所对应的概率。其表达式见下文。

由于供电公司制定的购电计划都是提前完成的, 与用户实际电量需求存在一定波动。假定用户需求电量服从 $Q_L \sim N(u_L, \sigma_L^2)$, 则将供电公司的收益模型用期望表示如下

$$E(\Pi) = P_S \sum_{i=1}^3 Q_i - \sum_{i=1}^3 P_i Q_i - v_1 E(W_\lambda) - v_2 E(W_\eta) \quad (9)$$

其中

$$v_1 = \int_{Q_{L,\min}}^Q \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \exp\left(-\frac{(Q_L - u_L)^2}{2\sigma_L^2}\right) dQ_L \quad (10)$$

$$v_2 = \int_Q^{Q_{L,\max}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \exp\left(-\frac{(Q_L - u_L)^2}{2\sigma_L^2}\right) dQ_L \quad (11)$$

$$E(W_\lambda) = \int_{Q_{L,\min}}^Q (Q - Q_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \exp\left(-\frac{(Q_L - u_L)^2}{2\sigma_L^2}\right) dQ_L \quad (12)$$

$$E(W_\eta) = \int_Q^{Q_{L,\max}} (Q - Q_L) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \exp\left(-\frac{(Q_L - u_L)^2}{2\sigma_L^2}\right) dQ_L \quad (13)$$

因此, 供电公司的损失函数为

$$f = -\Pi = -P_S \sum_{i=1}^3 Q_i + C_t + v_1 W_\lambda + v_2 W_\eta \quad (14)$$

利用蒙特卡洛里抽样方法模拟出供电公司的损失函数 f 的样本组 $L_1, L_2, \dots, L_n$, 结合 CVaR 风险价值理论, 利用近似求解 CVaR 风险的方法计算如下

$$F_\beta = \alpha + \frac{1}{n(1-\beta)} \sum_{i=1}^n [L_i - \alpha]^+ \quad (15)$$

式中, α 为一定置信水平 β 下损失函数 f 对应的 VaR 值。

基于以上分析, 建立供电公司购电期望收益—CVaR 多目标优化模型

$$\begin{cases} \max E(\Pi) \\ \min F_\beta \end{cases} \quad (16)$$

3. 约束条件

(1) 电量约束

$$0 \leq Q_1 \leq Q_{1,\max} \quad (17)$$

$$0 \leq Q_2 \leq Q_{2,\max} \quad (18)$$

$$0 \leq Q_3 \leq Q_{3,\max} \quad (19)$$

式中, $Q_{1,\max}$, $Q_{2,\max}$, $Q_{3,\max}$ 分别为供电公司在合约市场, 日前市场和实时市场所购买的最大电量。

模型求解

利用多目标粒子群优化算法 (MOPSO) 对以粒子群算法 (PSO) 为基础来解决多目标问题的一种方法, 因其收敛速度快, 易操作等优势而被广泛应用。因此, 采用 MOPSO 算法求解本文所提出的模型。

1. 求取 Pareto 有效前沿

由于本文所提出的优化目标的矛盾性, 不存在唯一解同时使该两目标达到最优, 而是一组非劣解集。首先, 利用非支配排序思想将目标函数值所有不被其他解支配的解构成的解集作为前沿 1, 在剩余解中将所有不被其他解支配的解构成的解集作为前沿 2, 直至将所有的解进行排序。其次, 依照非支配排序策略选出当前的子非支配解集 P_t , 并将前沿放入到下一代解集 P_{t+1} 中, 直至某代前沿加入到 P_{t+1} 后恰好多于所要求规模。并利用拥挤距离计算方法找出拥挤距离最小的解并剔除, 照此做法直到所剩解正好能与前面所选到的 P_{t+1} 中的一起能满足所要求的规模。最后, 利用式 (20)、式 (21) 来引导粒子飞行, 从而得到 Pareto 有效前沿解集。

采用粒子的更新公式如下

$$v_i^{k+1} = v_i^k + C_1 \times \text{rand} \times (X - pbest) + \quad (20)$$

$$C_2 \times \text{rand} \times (X - gbest)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + v_i^{k+1} \quad (21)$$

以上式中, v 为粒子的更新速度; X 为粒子种群的更新位置; C_1 , C_2 分别为粒子的学习因子。

为了使得本文的多目标模型能够避免出现早熟收敛陷入局部最优, 同时又能保持较快的收敛速度, 故将式 (20) 进行如下变化

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + \alpha[C_1 \times \text{rand}(X - pbest) + C_2 \times \text{rand}(X - gbest)] \quad (22)$$

惯性权重 w 是用来平衡全局和局部搜索性能,权重较大有助于粒子的全局搜索,较小则粒子倾向于在当前位置进行局部搜索。为此,权重系数 w 设定为

$$w = w_0 + \text{rand}(w_1 - w_0) \quad (23)$$

式中,满足要求 $w_1 > w_0$ 。

此外,加速因子 α 的定义为

$$\alpha = \alpha_0 + t/N \quad (t=1,2,3,\dots,N) \quad (24)$$

式中, N 为总的迭代次数; t 为当前代数; α_0 的范围拟取[0.5,1]。

2. 求取折衷解

依据模糊集理论取最大满意度 ξ^k 对应的折衷解定为本文优化模型的最终结果,其公式表述如下

$$u_m^k = \begin{cases} 1 & , f_m^k \leq f_m^{\min} \\ \frac{f_m^{\max} - f_m^k}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} & , f_m^{\min} < f_m^k < f_m^{\max} \\ 0 & , f_m^k > f_m^{\max} \end{cases} \quad (25)$$

$$\xi^k = \sum_{m=1}^M w_m u_m^k \quad (26)$$

式中, u_m^k 为第 k 个最优解的第 m 个目标的隶属度值(最大满意度), $m=1,2,\dots,M$, $k=1,2,\dots,K$, M 表示目标函数的个数, K 表示最优解的个数。 f_m^k 表示第 k 个最优解的第 m 个目标的目标函数值; $f_m^{\min}$ 和 $f_m^{\max}$ 分别为最优解中第 m 个目标函数值的最小值和

最大值。 χ^k 为第 k 个最优解的满意度; w_m 为第 m 个目标所占权重。

模型求解的流程如图2所示。

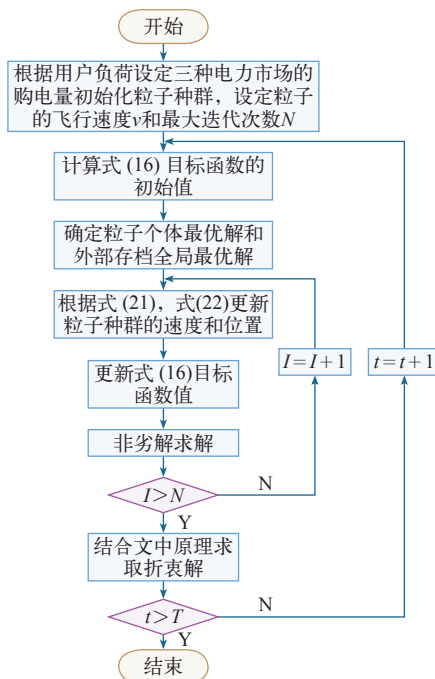


图2 多目标粒子群算法流程图

算例分析

本文选取某典型日的用户负荷预测曲线如图3所示,其负荷预测的偏差取负荷预测功率的5%。供电公司在合约市场,日前市场和实时市场的预测购电价格和偏差如表1所示。假设供电公司卖给用户的售出电价为650元/MWh,供电公司赔付给交

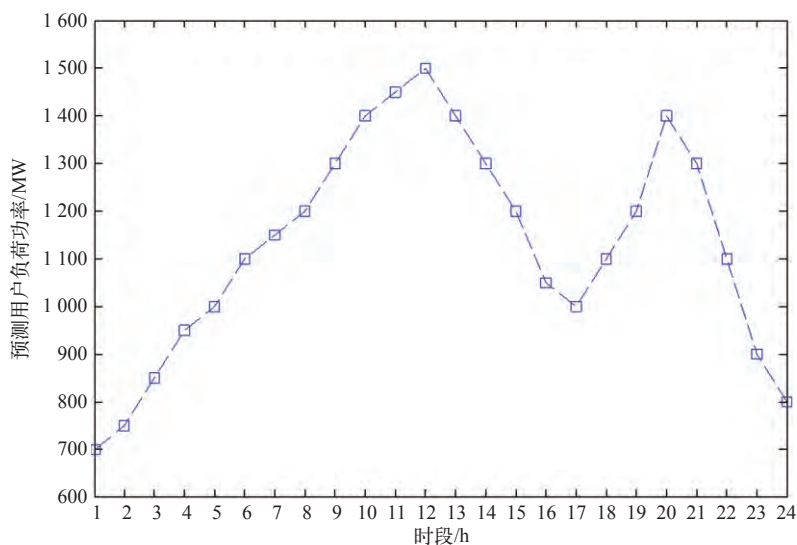


图3 24 h内用户负荷的预测功率

易中心和用户的电价分别设定为：200元/MW·h，200元/MW·h。

设定多目标粒子群数目为200，粒子最大迭代次数为 $N=400$ 。学习速率 C_1 ， C_2 分别为1，1。蒙特卡洛模拟的次数为200， w_1 和 w_2 分别取0.5， $M=2$ 。算例仿真如下。

表1 供电公司在第三种不同电力市场的购买电价分布

项目 参数	实时市场	日前市场	合约市场
均值	450	380	350
标准差	27	30.4	0

注：表中均值和标准差的单位均为：元/MW·h

1. 多目标粒子群优化仿真的非劣解集分布

以时段1为样本时段，在一定置信水平 $\beta=0.95$ 下，探讨在多种电力市场环境下，供电公司的购电期望收益和风险CVaR的非劣解集的趋势变化，

如下图4所示。

从图4可知，供电公司在多种电力市场环境下的购电期望收益与其风险CVaR值是存在正相关的，即购电期望收益增加的同时所面临的风险也是增加的。原因在一定置信水平 β 下，供电公司在多种电力市场环境下购电期望收益增加，其对应的损失函数 L_1 有更大的区间去计算最大可能的CVaR风险值，即优化求解的风险CVaR值也就相应越大。此外，通过图4中一系列非劣解集可为供电公司在多种电力市场环境下权衡购电收益和风险提供参考决策，使得供电公司在购电收益和应对风险上作出兼顾之策。

结合上文节折衷解的选取原则，在一定置信水平 $\beta=0.95$ 下，优化出24个交易时段内的最终解集如下所示。

如图5所示，供电公司在合约市场的优化电量

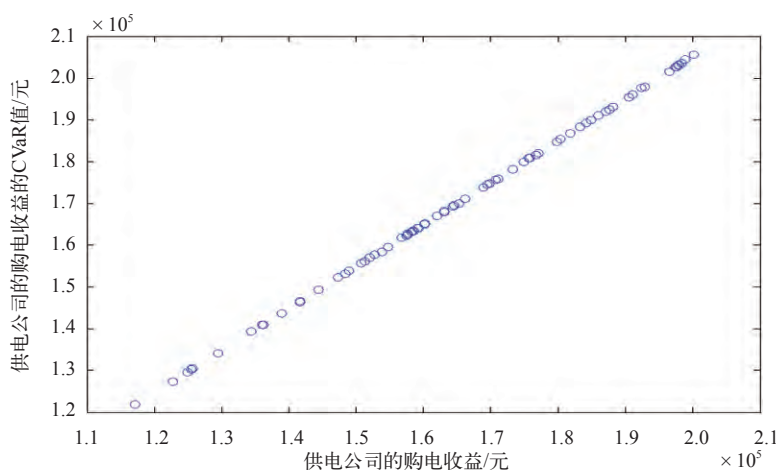


图4 供电公司的购电收益—CVaR风险值

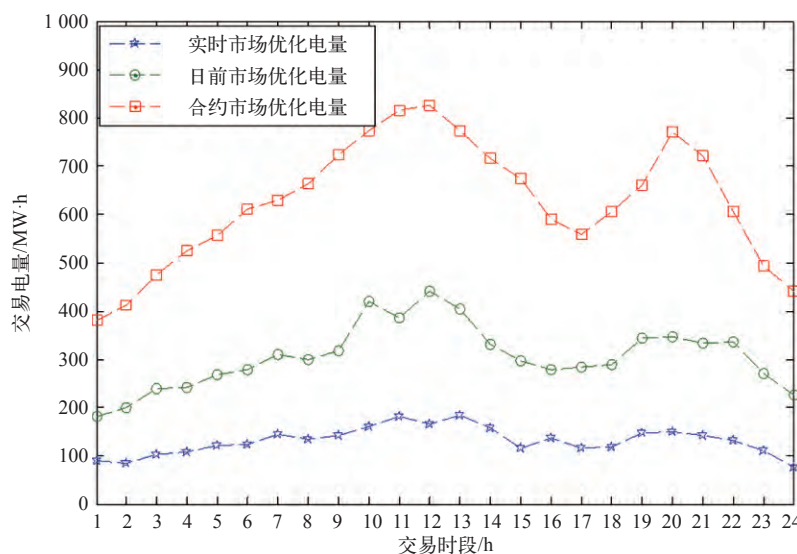


图5 各交易时段内供电公司在不同电力市场的优化购电电量

最多，在实时市场优化电量最少。一方面说明供电公司在合约市场中会购买大量的基准电量，原因是合约市场由于时间跨度最长，对所需合约电量要求稳定可靠，即承担的风险也是最小的，这样能够使得供电公司获得长期可靠稳定的电量供应；另一方面，从风险的程度来说，合约市场的风险最小，实时市场的风险最大，供电公司会选择在风险程度较小的合约市场和日前市场尽可能多购电，而实时市场可为供电公司用来平衡负荷预测偏差提供实时电量。

那么，24个交易时段内供电公司优化出的供电收益和风险CVaR值如下表2所示。

表2 各交易时段内供电公司的购电收益和CVaR风险值

项目时段/h	供电公司收益/元	CVaR风险值/元
1	134 898.4	139 530.3
2	127 849.3	132 835.9
3	145 023.5	150 642.5
4	145 023.5	150 642.5
5	184 719.5	191 519.5
6	188 940.7	195 548.7
7	203 290.0	211 188.8
8	203 290.0	211 188.8
9	232 982.4	241 593.4
10	246 874.4	256 109.5
11	246 874.4	256 109.5
12	260 228.7	270 198.8
13	242 182.9	251 612.5
14	240 902.2	249 714.5
15	228 206.4	236 803.4
16	173 289.3	180 426.1
17	182 873.3	189 525.3
18	182 873.3	189 525.3
19	198 460.3	205 498.0
20	252 100.8	261 490.4
21	239 224.6	247 992.0
22	200 602.6	207 975.2
23	163 345.7	169 454.7
24	129 656.9	134 882.4

由表2可以看出，依照图3给出的用户负荷曲线可看出用电负荷较大的交易时段，供电公司优化出的收益也相对较大，同时所承担的风险也较大。原因在于用户负荷大，供电公司的需求购电量也会加大，从而使得供电公司收益增大，并依

据CVaR风险分析理论，供电公司的供电收益所承担的风险也会随之增大。此外，结合图3负荷曲线的变化趋势，表2中的供电公司收益并未出现用户负荷大，供电公司所需的购电量增大使得其所得收益呈正向增加的趋势，原因在于供电公司的收益模型中考虑了惩罚成本，即购电公司购买电量越多，其惩罚成本也会越高，反而使得其收益下降，其收益风险也会下降。

2. 不同置信水平 β 下供电公司的期望收益—风险CVaR值的变化

以时段1为例，选取置信水平 β 取值不同的情况下，优化出的供电公司的期望收益—CVaR风险值对比如下表3所示。

表3 不同置信水平 β 下供电公司的期望收益—CVaR风险值的对比

置信度 β	项目	
	购电收益/元	风险CVaR值/元
0.92	139 868.7	144 532.4
0.95	134 898.4	139 530.3
0.98	127 430.5	133 101.2

从表3可以看出，置信水平 β 增加，优化出的供电公司的期望收益和相应的风险CVaR值会减小，原因是置信水平 β 代表了供电公司对风险的厌恶程度，即 β 取值越大代表供电公司对购电决策越保守，优化出的购电期望收益也偏小，目的是使得购电收益所对应的风险CVaR值较小。

结语

本文通过探讨供电公司在合约市场，日前市场和实时市场下的市场结构，利用条件风险价值理论（CVaR）建立供电公司的购电期望收益和风险CVaR多目标优化模型。结合算例仿真，明确得出供电公司参与三种不同电力市场的购电前提下，若完全从收益的角度考虑，会导致交易面临很大的风险，这对交易本身来说是不利的。根据本文所述的折衷求解方法可以对供电公司的收益和风险进行综合考虑，利用最大满意度来促使供电公司在不同的电力市场下择优购买交易电量。EA

（收稿日期：2017.06.18）

（编辑：白文亭）