

带Y形负载的三相电压型逆变器数学模型分析与设计

针对传统的三相电压型逆变器带Y形负载模型中,负载中性点与直流母线之间存在电压差问题,给出了一种新型三相电压型逆变器数学模型。通过开关周期平均算子将逆变器离散模型转换为连续模型;将逆变器相电压模型转换为线电压模型方法消去数学模型中的耦合电压;通过 dq 变换将逆变器三相系统 abc 模型转换为 dq 模型。最后,给出了调制器输入到逆变器输出的传递函数。根据零极点配置原理,给出了PI控制器参数的设计方法。仿真结果和实验验证了所提模型的合理性和有效性。

王明雷 侯 波 董锋斌 吕海立/陕西理工大学电气工程学院

0 引言

三相电压型逆变器(Voltage Source Inverter, VSI)被广泛应用于并网接口、不间断电源(Uninterruptible Power Supply, UPS)及电动机调速等领域^[1-6]。高性能的三相电压型逆变器应具有无静差跟踪正弦参考信号、输出电压谐波总畸变率(Total Harmonic Distortion,

THD)低、强带负载能力和响应速度快等特点。然而,达到上述要求不仅需要优越的控制方案,而且还需要合理的数学模型。对于带Y形负载的三相VSI系统,传统三相VSI模型中存在中性点N与直流母地n之间电压差 U_{nN} ,该电压差将会增加控制系统设计和软件实现难度。为此,本文给出了一种带Y形负载情况下的三相VSI建模方法。首先,在逆变器平衡点处采用状态空间平均法建立了其小信号模型;在此基础上,将逆变器相电压模型转换为线电压模型,从而消去了数学模型中的耦合电压。其次,以电压、电流双环PI控制方式对逆变器的控制器进行了设计。最后,以DSP TMS320F28335为核心建立了三相VSI实验平台,并对所建立的模型进行验证。

1 三相VSI的数学模型分析

三相VSI的主电路拓扑如图1所示。



王明雷/硕士研究生

关键词/Keywords

三相电压型逆变器 ·
Y形负载 ·
数学模型 ·
PI参数设计 ·

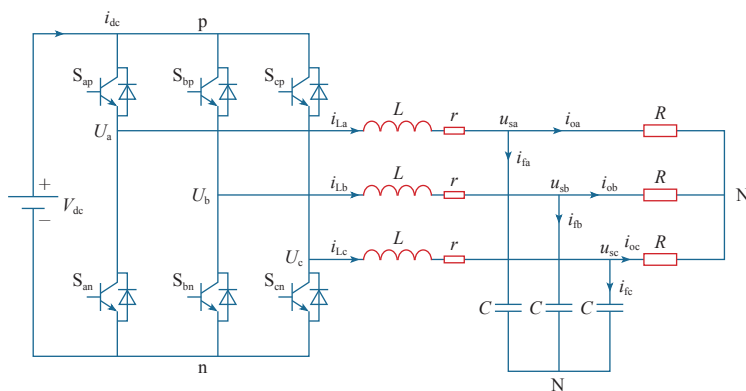


图1 三相VSI的主电路拓扑

陕西省教育厅科学研究计划资助项目(14JK1151、15JK1120), 陕西理工大学研究生创新基金项目(SLGycx1731)。

其中, L 为滤波电感; C 为滤波电容; r 为滤波电感的等效阻尼电阻; V_{dc} 为直流母线电压; i_{dc} 为直流母线电流; U_a 、 U_b 和 U_c 为逆变桥输出电压; u_{sa} 、 u_{sb} 、 u_{sc} 为负载相电压; i_{oa} 、 i_{ob} 、 i_{oc} 为负载相电流; R 为阻性负载。

依据三相VSI原理, 任一时刻每个桥臂只有一个管子导通。因此, 逆变器开关管必须符合如下约束条件

$$S_{ip} + S_{in} = 1 \quad i \in \{a, b, c\} \quad (1)$$

式中, S_{ip} 为逆变器上桥臂; S_{in} 为逆变器下桥臂。

定义相开关函数

$$S_i = S_{ip} = 1 - S_{in} \quad i \in \{a, b, c\} \quad (2)$$

定义交流侧线电压 $U_{ab} = U_a - U_b$, $U_{bc} = U_b - U_c$, $U_{ca} = U_c - U_a$; 负载线电压 $u_{ab} = u_{sa} - u_{sb}$, $u_{bc} = u_{sb} - u_{sc}$, $u_{ca} = u_{sc} - u_{sa}$; 线开关状态 $S_{ab} = S_a - S_b$, $S_{bc} = S_b - S_c$, $S_{ca} = S_c - S_a$; 虚拟线电流 $i_{ab} = i_{La} - i_{Lb}$, $i_{bc} = i_{Lb} - i_{Lc}$, $i_{ca} = i_{Lc} - i_{La}$; 负载虚拟线电流 $i_{oab} = i_{oa} - i_{ob}$, $i_{obc} = i_{ob} - i_{oc}$, $i_{oca} = i_{oc} - i_{oa}$ 。

由逆变器原理知

$$\begin{pmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{pmatrix} V_{dc} \quad i_{La} + i_{Lb} + i_{Lc} = 0 \quad (3)$$

依据图1, 并结合KCL和KVL, 得逆变器模型为

$$\begin{cases} L \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{La} \\ i_{Lb} \\ i_{Lc} \end{pmatrix} = -r \begin{pmatrix} i_{La} \\ i_{Lb} \\ i_{Lc} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{an} \\ U_{bn} \\ U_{cn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{nN} \\ U_{nN} \\ U_{nN} \end{pmatrix} \\ C \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{La} \\ i_{Lb} \\ i_{Lc} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} i_{oa} \\ i_{ob} \\ i_{oc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{La} \\ i_{Lb} \\ i_{Lc} \end{pmatrix} - \frac{1}{R} \begin{pmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

依据式(3)和式(4), 得无耦合电压 U_{nN} 的三相VSI模型为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{ab} \\ i_{bc} \\ i_{ca} \end{pmatrix} = -\frac{r}{L} \begin{pmatrix} i_{ab} \\ i_{bc} \\ i_{ca} \end{pmatrix} - \frac{1}{L} \begin{pmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{pmatrix} + \frac{1}{L} \begin{pmatrix} S_{ab} \\ S_{bc} \\ S_{ca} \end{pmatrix} V_{dc} \\ \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{pmatrix} = \frac{1}{C} \begin{pmatrix} i_{ab} \\ i_{bc} \\ i_{ca} \end{pmatrix} - \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5)$$

由

$$i_{dc} = \begin{bmatrix} S_a & S_b & S_c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{La} \\ i_{Lb} \\ i_{Lc} \end{pmatrix} \quad (6)$$

将式(6)进一步变换为线开关状态

$$i_{dc} = \begin{bmatrix} S_{ab} & S_{bc} & S_{ca} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{ab} \\ i_{bc} \\ i_{ca} \end{pmatrix} \quad (7)$$

定义矢量

$$u_{l-1} = \begin{pmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{pmatrix} \quad i_{l-1} = \begin{pmatrix} i_{ab} \\ i_{bc} \\ i_{ca} \end{pmatrix} \quad S_{l-1} = \begin{pmatrix} S_{ab} \\ S_{bc} \\ S_{ca} \end{pmatrix} \quad (8)$$

式(8)代入式(5)、式(7)可得

$$\begin{cases} \frac{di_{l-1}}{dt} = -\frac{r}{L} i_{l-1} - \frac{1}{L} u_{l-1} + \frac{1}{L} S_{l-1} V_{dc} \\ \frac{du_{l-1}}{dt} = \frac{1}{C} i_{l-1} - \frac{1}{RC} u_{l-1} \\ i_{dc} = \frac{1}{3} S_{l-1}^T i_{l-1} \end{cases} \quad (9)$$

在式(9)中, 由于线开关函数 S_{l-1} 是离散的, 为此引入式(10)所示的开关周期平均算子

$$\langle x(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} x(\tau) d\tau \quad (10)$$

式中, T_s 为开关周期; $x(\tau)$ 为逆变器中的任一变量。基于式(10)将式(9)转换为连续模型, 得

$$\begin{cases} \frac{d\langle i_{l-1} \rangle_{T_s}}{dt} = -\frac{r}{L} \langle i_{l-1} \rangle_{T_s} - \frac{1}{L} \langle u_{l-1} \rangle_{T_s} + \frac{1}{L} \langle S_{l-1} \rangle_{T_s} \langle V_{dc} \rangle_{T_s} \\ \frac{d\langle u_{l-1} \rangle_{T_s}}{dt} = \frac{1}{C} \langle i_{l-1} \rangle_{T_s} - \frac{1}{RC} \langle u_{l-1} \rangle_{T_s} \\ \langle i_{dc} \rangle_{T_s} = \frac{1}{3} \langle S_{l-1} \rangle_{T_s}^T \langle i_{l-1} \rangle_{T_s} \end{cases} \quad (11)$$

通常逆变器开关频率远远大于逆变器各参量变化频率, 在一个开关周期内电感电流和直流母线电压可认为一个直流量, 从而可得

$$\begin{cases} \langle S_{l-1} V_{dc} \rangle_{T_s} \approx \langle S_{l-1} \rangle_{T_s} \langle V_{dc} \rangle_{T_s} \\ \langle S_{l-1}^T i_{l-1} \rangle_{T_s} \approx \langle S_{l-1}^T \rangle_{T_s} \langle i_{l-1} \rangle_{T_s} = d_{l-1}^T \langle i_{l-1} \rangle_{T_s} \end{cases} \quad (12)$$

定义每相桥臂的上桥臂的占空比为

$$d_{ip} = \langle S_{ip}(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} S_{ip}(\tau) d\tau \quad i \in \{a, b, c\} \quad (13)$$

定义该桥臂每相的占空比为

$$d_i = d_{ip} \quad i \in \{a, b, c\} \quad (14)$$

同时对线开关求开关周期平均得

$$\langle S_{ab} \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} S_{ab}(\tau) d\tau = d_a - d_b \quad (15)$$

定义线占空比

$$d_{l-1} = \begin{pmatrix} d_{ab} \\ d_{bc} \\ d_{ca} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_a - d_b \\ d_b - d_c \\ d_c - d_a \end{pmatrix} \quad (16)$$

由上述分析, 得开关周期平均模型为

$$\begin{cases} \frac{d\langle i_{l-1} \rangle_{T_s}}{dt} = -\frac{r}{L} \langle i_{l-1} \rangle_{T_s} - \frac{1}{L} \langle u_{l-1} \rangle_{T_s} + \frac{1}{L} d_{l-1} \langle V_{dc} \rangle_{T_s} \\ \frac{d\langle u_{l-1} \rangle_{T_s}}{dt} = \frac{1}{C} \langle i_{l-1} \rangle_{T_s} - \frac{1}{RC} \langle u_{l-1} \rangle_{T_s} \\ \langle i_{dc} \rangle_{T_s} = \frac{1}{3} d_{l-1}^T \langle i_{l-1} \rangle_{T_s} \end{cases} \quad (17)$$

依据文献[7]的思想, 得三相电压型逆变器dq模型

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \langle i_d \rangle_{T_s} \\ \langle i_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} = -\frac{r}{L} \begin{pmatrix} \langle i_d \rangle_{T_s} \\ \langle i_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} - \frac{1}{L} \begin{pmatrix} \langle u_d \rangle_{T_s} \\ \langle u_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} + \frac{1}{L} \begin{pmatrix} d_d \\ d_q \end{pmatrix} \langle V_{dc} \rangle_{T_s} - \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle i_d \rangle_{T_s} \\ \langle i_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} \\ \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \langle u_d \rangle_{T_s} \\ \langle u_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} = \frac{1}{C} \begin{pmatrix} \langle i_d \rangle_{T_s} \\ \langle i_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} - \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} \langle u_d \rangle_{T_s} \\ \langle u_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle u_d \rangle_{T_s} \\ \langle u_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} \\ \langle i_{dc} \rangle_{T_s} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} d_d & d_q \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \langle i_d \rangle_{T_s} \\ \langle i_q \rangle_{T_s} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (18)$$

设静态工作点 $(D_d, D_q, U_d, U_q, I_d, I_q, V_{dc}, I_{dc})$; 线电压d轴为 U_d , q轴为 U_q ; 线电流d轴为 I_d , q轴为 I_q ; 直流侧电压为 V_{dc} 、电流为 I_{dc} 。静态工作点的各扰动分量分别为 $\hat{d}_d, \hat{d}_q, \hat{u}_d, \hat{u}_q, \hat{i}_d, \hat{i}_q, \hat{u}_{dc}, \hat{i}_{dc}$ 。根据小信号交流模型

$$\frac{d\hat{x}}{dt} \approx \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{(X, U)} \cdot \hat{x} + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{(X, U)} \cdot \hat{u} \quad (19)$$

且 $\hat{i}_d = i_d - I_d, \hat{i}_q = i_q - I_q, \hat{d}_d = d_d - D_d, \hat{d}_q = d_q - D_q, \hat{u}_d = u_d - U_d, \hat{u}_q = u_q - U_q, \hat{u}_{dc} = u_{dc} - V_{dc},$

$$\hat{i}_{dc} = i_{dc} - I_{dc}$$

忽略高次项和阻尼电阻, 并假设直流电压无扰动即 $\hat{u}_{dc} = 0$, 进一步得三相VSI系统小信号模型为

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \\ \hat{u}_d \\ \hat{u}_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega & -\frac{1}{L} & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{RC} & \omega \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \\ \hat{u}_d \\ \hat{u}_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{V_{dc}}{L} & 0 \\ 0 & \frac{V_{dc}}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{d}_d \\ \hat{d}_q \end{pmatrix} \quad (20)$$

依据文献[7], 可得式(20)的解耦模型为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{pmatrix} = -\frac{1}{L} \begin{pmatrix} \hat{u}_d \\ \hat{u}_q \end{pmatrix} + \frac{V_{dc}}{L} \begin{pmatrix} \hat{d}_d \\ \hat{d}_q \end{pmatrix} \\ \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{u}_d \\ \hat{u}_q \end{pmatrix} = \frac{1}{C} \begin{pmatrix} \hat{i}_d \\ \hat{i}_q \end{pmatrix} - \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} \hat{u}_d \\ \hat{u}_q \end{pmatrix} \end{cases} \quad (21)$$

在式(21)基础上, 得三相VSI系统的s域模型为

$$\begin{cases} \frac{\hat{i}_d(s)}{\hat{d}_d(s)} = \frac{(sC + 1/R)V_{dc}}{s^2LC + sL/R + 1} \\ \frac{\hat{i}_q(s)}{\hat{d}_q(s)} = \frac{(sC + 1/R)V_{dc}}{s^2LC + sL/R + 1} \\ \frac{\hat{u}_d(s)}{\hat{i}_d(s)} = \frac{1}{sC + 1/R} \\ \frac{\hat{u}_q(s)}{\hat{i}_q(s)} = \frac{1}{sC + 1/R} \end{cases} \quad (22)$$

由式(22)知, 三相VSI系统实质为一个二阶系统非最小相位系统。

2 PI参数设计

依据控制理论知识, 系统在abc坐标系下是一个程序控制系统, 通过dq变换得到的恒值系统可以通过PI控制使得该系统达到无静差控制, 而本文所采用的三相VSI模型为dq模型。因此, 本文选取PI控制做为系统内外环控制器, 具体设计过程如下。

2.1 电流内环控制器设计

如图2所示, K_{ip} 、 K_{il} 分别为电流内环比例和

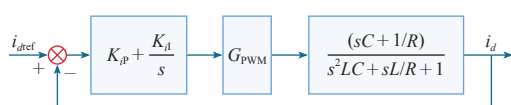


图2 逆变器电流内环控制框图

积分调节增益； G_{PWM} 为PWM调制器传递函数。其中， $G_{PWM} = V_{dc}/V_{tri}$ ， V_{dc} 为母线电压， V_{tri} 为三角载波幅值。在设计时把三角载波幅值当成1，因此可得 $G_{PWM} = V_{dc} = 360 \text{ V}$ 。

根据零极点对消法的配置原则，将PI控制器的零点设置在滤波器的转折频率处，同时兼顾内环系统的快速性和稳定性要求，确定系统补偿后的穿越频率 f_c 为500 Hz。

$$\begin{cases} \frac{K_{il}}{2\pi K_{ip}} = f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ \left| \frac{K_{ip}s + K_{il}}{s} \cdot \frac{V_{dc}(sC + 1/R)}{s^2 LC + sL/R + 1} \right|_{s=j\omega_c} = 1 \end{cases} \quad (23)$$

其中， $\omega_c = 2\pi 500$ 。将系统参数代入式(23)，可得电流内环系统控制参数 $K_{ip} = 0.0072$ ， $K_{il} = 76.1$ 。补偿前后的波特图对比如图3所示。其中，1和4为补偿前波特图；3和6为PI调节器波特图；2和5为补偿后波特图。

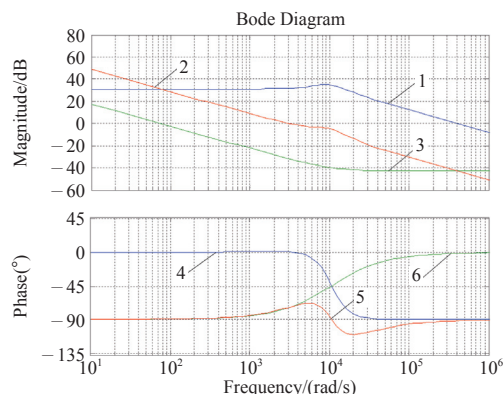


图3 电流内环系统补偿前后波特图

由图3可以看出，经过补偿后的低频增益大幅提高，改善了系统快速跟随性，且相位裕度为 106.8° ，系统稳定性好。

2.2 电压外环控制器设计

如电流内环设计合理且在设计电压环控制器时，若 $\omega \ll \omega_n$ ，可将电流内环看作一个比例环节。因而，可得如图4所示的电压外环控制框图。

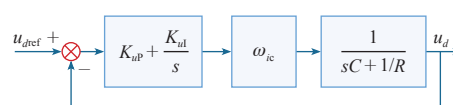


图4 逆变器电压外环控制框图

图4中， K_{up} 、 K_{ul} 分别为电压外环比例和积分调节增益； ω_{ic} 为电流内环的闭环传递函数，可认为 $\omega_{ic} = 1$ 。与电流内环设计相同，将电压外环PI控制器的零点设置在开环极点处。由此可得

$$\begin{cases} \frac{K_{ul}}{2\pi K_{up}} = f_n = \frac{1}{2\pi RC} \\ \left| \frac{K_{up}s + K_{ul}}{s} \cdot \omega_{ic} \cdot \frac{1}{sC + 1/R} \right|_{s=j2\pi 50} = 1 \end{cases} \quad (24)$$

将系统参数代入式(24)，可得电压外环系统控制参数 $K_{up} = 0.1$ ， $K_{ul} = 1000$ 。补偿前后的波特图对比如图5所示。其中，1和4为补偿前波特图；3和6为PI调节器波特图；2和5为补偿后波特图。

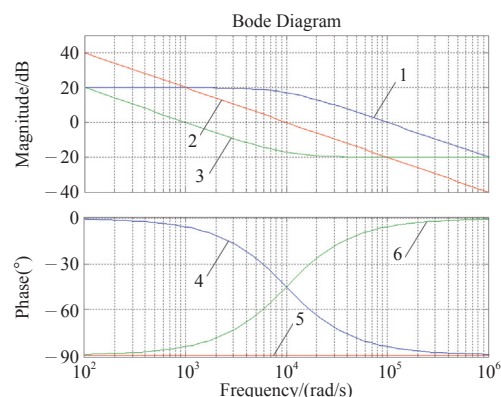


图5 电压外环系统补偿前后波特图

由图5可以看出，经过补偿后的系统低频增益较原系统大幅提高，减小了系统稳态误差，且高频段快速衰减，降低了输出谐波含量，保证了系统具有较快的动态响应和稳态特性。

3 实验研究

为了验证本文所建立模型的合理性以及所选控制方案的可行性。以TI公司的DSP320F28335为核心，搭建了三相VSI实验平台。主电路参数： $L = 0.9 \text{ mH}$ ， $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$ ，额定阻性负载 $R = 10 \text{ }\Omega$ ，直流母线电压选取为360 V，开关频率 $f_s = 9 \text{ kHz}$ ，输出相电压给定值峰值为155.5 V，输出频率为50 Hz。图6为三相VSI的起动波形。由图6可知，起动时

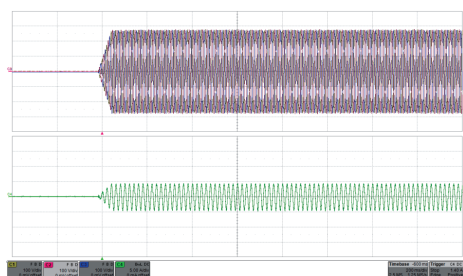


图6 三相VSI启动波形

间大约60 ms, 启动波形平滑, 负载电流无过冲情况。这说明, 所设计的控制器对参考电压的稳态跟踪能力强。

图7为负载由半载到满载时的切换波形。由图7可知, 负载由20 Ω 切换到10 Ω 过程中三相电压波形过渡过程时间短, 过渡时间大概5 ms, 说明所设计的控制器具有良好的抗负载扰动能力。图8为直流母线电压存在扰动情况下的逆变器输出波形。由图8可知, 直流母线在330~380 V范围内发生跳变时, 逆变器输出电压几乎未发生变化, 说明所设计的控制能够有效地抑制直流母线电压对控制性能的影响。进一步证明在大范围调制比情况下, 所设计的控制器均具有良好的参考电压跟踪能力。

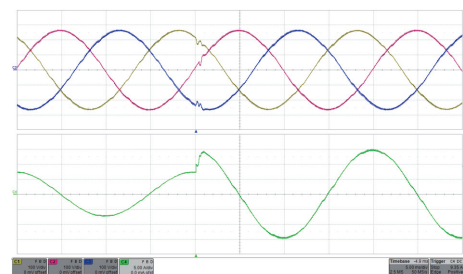


图7 三相VSI负载切换波形(半载到满载)

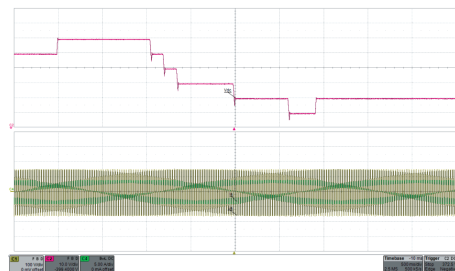


图8 直流母线发生跳变时三相VSI输出波形

4 结束语

为了消除Y形负载中耦合电压 U_{nN} 对三相逆变器模型影响, 首先建立逆变器KCL和KVL模型, 同时结合状态空间平均法, 提出了一种新型三相电压型逆变器线电压模型, 从理论上有效地解决了Y形负载中耦合电压 U_{nN} 问题。其次, 在此基础上, 设计了三相VSI双环控制策略, 该策略电压环和电流环分别采用传统PI控制。最后, 实验结果表明, 所设计的控制器不仅具有输出电压稳态静差小、抗负载扰动能力强, 而且能够有效地抑制直流母线扰动能力。由此, 进一步说明了本文所建立的逆变器模型和控制器设计方法具有很好的工程适用价值。

参考文献

- [1] 马皓, 林钊, 王小瑞. 不平衡非线性负载下三相逆变器的建模与控制[J]. 电工技术学报, 2015, 30(18): 83-95.
- [2] 屈百达, 潘文英. 三相逆变器的建模及其控制[J]. 电源技术, 2014, 38(2): 345-348.
- [3] 孙驰, 马伟明, 鲁军勇. 三相逆变器输出电压不平衡的产生机理分析及其矫正[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(21): 57-64.
- [4] 胡媛媛. 三相三线逆变器数字控制系统研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- [5] 彭力, 白丹, 康勇, 等. 三相逆变器不平衡抑制研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(5): 174-178.
- [6] 郑雪生, 李春文, 汤洪海, 等. 三相PWM电压型逆变器的积分滑模控制[J]. 电工技术学报, 2007, 22(12): 105-109.
- [7] 徐德鸿. 电力电子系统建模及控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [8] 郑丽君. 固态变压器逆变级非线性复合控制方法的研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2015.
- [9] 符晓, 朱洪顺. TMS320F2833x DSP应用开发与实践[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2013.

(收稿日期: 2017-09-14) **EA**