

变压器多种直流偏磁计算方法的分析

因为变压器直流偏磁的研究涉及铁磁材料的饱和，所以变压器暂态建模的有效性是研究的关键。在详细梳理各种算法的基础上指出暂态建模分两个关键点：铁磁材料磁滞性和饱和特性的表示；磁路与电路的耦合变换。两个关键点各有三种实现方法，只进行变压器的电磁场研究时采用解析法较优，进行电磁场、温度、振动和噪声等的全面研究时有限元法较优。然后给出一种典型的变压器暂态建模方法。最后采用COMSOL软件进行电磁场的仿真，得到有无直流入侵变压器的励磁电流和磁场强度，并对此加以分析比较。

章 彬¹ 张 也² 伍国兴¹ 黄炜昭¹ 贾红梅³ / 1.深圳供电局有限公司 2.南瑞集团国网电力科学研究院有限公司 3.国网冀北电力有限公司廊坊供电公司

0 引言

在高压直流输电线路故障或检修需要单极运行时，大地作为直流的回路会有较大的直流电流通过接地极入地，在接地极附近形成电位差，直流电流通过中性点接地的变压器侵入交流系统，并对变压器产生一定影响。直流侵入变压器会使其磁通半波饱和，使其励磁电流畸变并产生谐波，交流电流和电压产生谐波^[1-5]。此外，使变压器的损耗加大、温度升高、振动和噪声增大^[6-10]。研究变压器的直流偏磁原理和变压器耐受直流的特性以及实施抑制直流侵入变压器的措施就变得很有必要。

在分析变压器的励磁电流及其谐波时，变压器的暂态建模方法基本为数值法，该方法是通过一系列数学方程编程得到^[2-3,6-7]；在进行损耗、温度场分布、振动和噪声的分布计算时多采用有限元计算方法。采用的方法由研究的侧重点决定。虽然直流偏磁的算法已经比较成熟，但对各方法进行比较分析的文

章较少。

本文指出变压器直流偏磁建模方法的两个关键点：铁心材料铁磁特性的表示；磁路和电路的耦合变换。本文把这两个关键点的多种实现方法进行对比分析，指出各自的优缺点和适用场合。然后推导出一种典型的暂态建模方法。最后采用基于COMSOL的有限元方法实现变压器励磁电流等电磁量的仿真并比较有无直流入侵下的仿真结果，得到无直流入侵时励磁电流对称且主要含奇次谐波，有直流入侵时励磁电流正负半波不对称且含有大量偶次和奇次谐波。

1 变压器暂态建模方法的两个关键点

因为变压器铁心磁化曲线的非线性，对变压器直流偏磁分析的关键是建立准确的变压器暂态模型。变压器暂态建模两个关键点：①铁心材料铁磁特性的表示；②铁心结构磁路等效模型到电路等效模型的转换。

第一个关键点的实现方法有三种：JA模型、饱和的BH曲线的分段线性化拟合以及饱和的BH曲线的分段函数拟合^[2,7]。三种方法均可在Matlab或者PSCAD软件中编程实现，也可在COMSOL或ANSYS有限元计算仿真软件中实现。

第二个关键点的实现方法也有三种：UMEC统一磁路模型方法、基于对偶性原理的磁路模型到等效电路模型的转换法以及有限元计算方法^[11-15]。前两种可以在Matlab或PSCAD中实现，后一种可以在COMSOL或ANSYS中实现。



章 彬/高级工程师

关键词/Keywords

变压器直流偏磁 ·
JA ·
UMEC ·
有限元 ·
COMSOL仿真 ·

1.1 第一个关键点的实现方法

1.1.1 JA模型的建立

首先利用JA模型由非磁滞磁化曲线生成磁滞回线。输入决定磁滞回线的五个参数 M_s 、 a 、 α 、 c 和 k ，磁场强度 h_i 、 h_{i+1} ，磁化强度 M_i 求解下一时刻的磁化强度 M_{i+1} ，计算各个时刻 M 从而得到 $M-H$ 曲线，再由 B 、 M 和 H 的关系得到 BH 曲线，曲线上各点的斜率为待求的磁导率 μ 。求解的过程如下

$$\begin{cases} H_e = H + \alpha M \\ M_{an}(H_e) = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right] \\ M_{irr} = \frac{M - cM_{an}}{1 - c} \\ dM_{an}/dH = M_s \left[1 - \coth^2\left(\frac{H_e}{a}\right) - \left(\frac{a}{H_e}\right)^2 \right] / a \end{cases} \quad (1)$$

当 $\delta(M_{an} - M) > 0$

$$dM_{irr}/dH = (M_{an} - M_{irr}) / [k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})] \quad (2)$$

当 $\delta(M_{an} - M) < 0$

$$dM_{irr}/dH = 0 \quad (3)$$

于是有

$$\begin{cases} dM_{rev}/dH = c(dM_{an}/dH - dM_{irr}/dH) \\ dM/dH = dM_{irr}/dH + dM_{rev}/dH \\ M_{i+1} = M_i + dM/dH dH \\ B_{i+1} = \mu_0(M_{i+1} + H_{i+1}) \\ \mu_{i+1} = \mu_0(1 + dM/dH) \end{cases} \quad (4)$$

式中， H_e 为有效磁场； M_{irr} 为磁场强度的不可逆分量； M_{rev} 为磁场强度的可逆分量。求得 $i+1$ 时刻的磁导率后由磁导 p 与磁导率 μ 的关系可求得该时刻的 p 。铁心柱的磁导为 $p_w = \mu_{i+1}S_w/l_w$ ，铁轭的磁导为 $p_y = \mu_{i+1}S_y/l_y$ ，漏磁通的磁导 p_f 由短路电抗值计算得到 $p_f = X_d/2\omega N_1^2$ 。

1.1.2 饱和的BH曲线

铁磁材料的特性直接由 BH 曲线分段线性化拟合实现。分段线性化方法是将 BH 磁化曲线分成不同斜率的 N 段线段。

1.1.3 分段线性化拟合

铁磁材料的特性由 BH 曲线的分段函数拟合实

现。根据变压器铁心磁化曲线的非线性特点，将其分为非饱和段和饱和段，利用数学函数分别进行拟合。数学模型中的双曲正弦函数与铁心的磁化曲线的饱和段相似，故用此函数来拟合磁化曲线的饱和段，即 $H = a \sinh(bB)$ ，其中 a 、 b 为表征不同磁化曲线的拟合系数。

JA模型在计及铁磁材料非线性的同时计及了铁磁材料的磁滞特性，能更好地模拟铁心的损耗特性，在进行变压器的损耗计算和温度场分布计算时，采用该方法更好。 BH 曲线分段线性化拟合和 BH 曲线分段函数拟合很好地计及了铁磁材料的饱和特性，在进行励磁电流、电磁场量的谐波分析时用该方法较好，避免了模型不必要的复杂性。

1.2 第二个关键点的实现方法

1.2.1 由UMEC统一磁路模型得到等效电路模型

单相两柱式变压器的磁通分布如图1所示，由统一磁路模型UMEC可以得到主磁通 Φ_1 、 Φ_2 与电流 i_1 、 i_2 的关系，如式(5)所示

$$\Phi_1 = \frac{L_1 i_1}{N_1} + \frac{M i_2}{N_1}, \quad \Phi_2 = \frac{L_2 i_2}{N_2} + \frac{M i_1}{N_2} \quad (5)$$

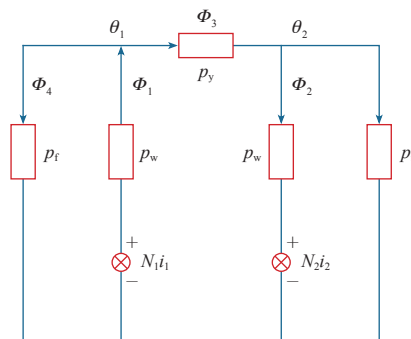


图1 单相两柱式变压器的磁等效回路

其中电感矩阵为

$$\begin{cases} L_1 = N_1^2 \left[p_w - \frac{p_w^2(p_w + p_y + p_f)}{p_w^2 + 2p_w p_y + 2p_w p_f + 2p_y p_f + p_f^2} \right] \\ M_{12} = M_{21} = \frac{N_1 N_2 p_y p_w}{p_w^2 + 2p_w p_y + 2p_w p_f + 2p_y p_f + p_f^2} \\ L_2 = N_2^2 \left[p_w - \frac{p_w^2(p_w + p_y + p_f)}{p_w^2 + 2p_w p_y + 2p_w p_f + 2p_y p_f + p_f^2} \right] \end{cases} \quad (6)$$

由磁路得到的等效电路如图2所示，其中 R_{f1} 、 R_{f2} 和 L_{f1} 、 L_{f2} 为一次侧和二次侧绕组电阻和漏电感。

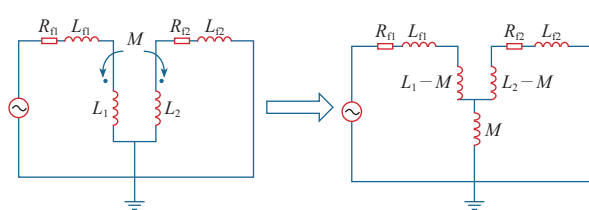


图2 由磁路得到的等效电路图

该方法具有严密的逻辑性，其缺点是在铁心结构为多相多柱时，计算过程变得比较复杂，各个自感和互感表达式也变得比较复杂。另外将变压器看作多端口元件时，UMEC模型只给出了由绕组间的自感或互感构成的端口伏安特性，并没有给出元件内部的等效电路，没有给出元件内部的拓扑结构。为了解决这个问题衍生出另外一种方法，即由磁路分布根据对偶原理得到铁心的等效电路。

1.2.2 根据对偶原理由铁心结构的等效磁路得到等效电路

磁路与等效电路的对偶原理：磁路中的并联关系转化为电路中的串联关系，磁路中的串联关系转化为电路中的并联关系。由图1的磁通分布图可得到如图3所示的等效电路模型。其中电感为 $L_i = N p_i N$ 。

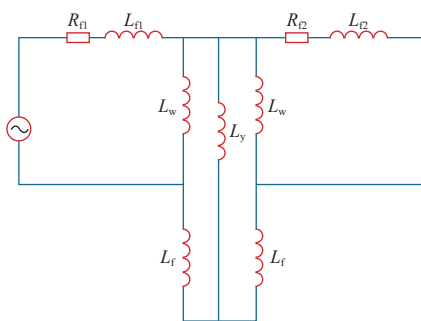


图3 基于对偶原理的等效电路图

传统的变压器T形等效电路如图4所示，只采用一个非线性电感描述变压器的励磁支路，这种建模方法只能粗略的计及变压器的非线性，不能反映变压器铁心结构对变压器励磁电流的影响。而基于对偶原理的磁路电路转换方法给出了励磁支路的拓扑关系图，能更加准确地反映变压器的非线性，该方法的缺点是虽然使模型变得准确，

但电路结构变得更加复杂，需要计算的非线性电感更多，计算量比方法一的UMEC的计算量要大，尤其是在多相多心柱时。

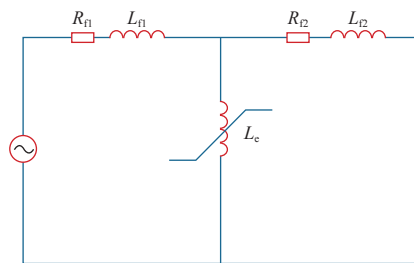


图4 传统的变压器等效电路图

1.2.3 基于有限元方法的变压器建模

用ANSYS软件或者COMSOL软件把模型的物理结构画出来进行建模，在软件中自动实现磁场和电路的耦合，然后利用有限元方法进行大量的数值计算，可得到模型中任意一点的磁通密度大小，可看到磁通的整体分布。该方法的缺点是计算量大、计算时间长，而且只能对单个变压器进行计算研究，不能进行电力网络系统的计算研究。但是该建模方法准确、简单，可以得到3D模型中的各个量，这是前面两种方法所得不到的，另外利用这种建模方法除了可以计算变压器的励磁电流和谐波分布，还可以计算变压器的损耗、温度分布、振动和噪声分布，可以得到更加全面的数据和仿真结果。

2 一种典型的变压器暂态建模方法

下面给出一种典型的变压器暂态建模方法，该方法通过对已有的文献进行归纳和补充完善得到。

由磁场强度 H 和关键点一的JA模型计算得到磁通密度 B 、非线性磁导率 μ 和非线性磁导 p ；再由关键点二的UMEC统一磁路模型计算得到总的非线性电感，包括自感和互感；然后再根据梯形公式求得构成变压器二端口电路的电流 I ；最后由安培环路定律求得下一时刻的磁场强度 H ，至此构成一个完整的循环。该方法在逻辑上比较严密，其计算过程如图5所示，可在Matlab中编程实现。该方法的另一个优点是可以把变压器放在一个电力网络

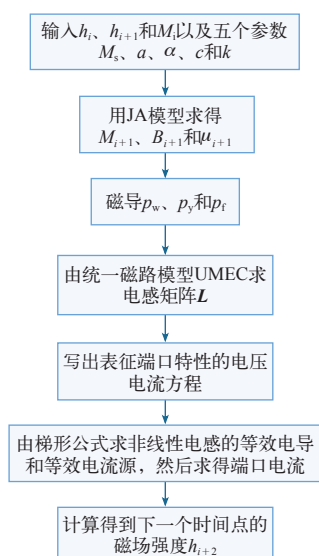


图5 编程计算的流程

系统中进行计算。

具体过程为：由式（6）求得电感矩阵后，进行变压器端口电流的求解和下一次迭代初始值 h_{i+2} 的求解。由变压器的端口特性可得到以下电压电流方程

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_1 & M_{12} \\ M_{21} & L_1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

L 矩阵由非线性电感组成。方程 $u_{km} = ri + L di/dt$ 可根据梯形公式写为

$$\frac{u_{km}(t) + u_{km}(t - \Delta t)}{2} = r \frac{i_{km}(t) + i_{km}(t - \Delta t)}{2} + L \frac{i_{km}(t) - i_{km}(t - \Delta t)}{2} \quad (8)$$

化简整理可得

$$\begin{aligned} i_{km}(t) &= \frac{2L - r\Delta t}{2L + r\Delta t} i_{km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L + r\Delta t} [u_{km}(t) + u_{km}(t - \Delta t)] \\ &= \frac{h}{2L + rh} u_{km}(t) + \frac{2L - rh}{2L + rh} i_{km}(t - \Delta t) + \frac{h}{2L + rh} u_{km}(t - \Delta t) \\ &= Gu_{km}(n) + I'(n-1) \end{aligned} \quad (9)$$

上式表明非线性电感可以由一个注入的电流源和一个变化的电导构成，等效电路如图6所示。

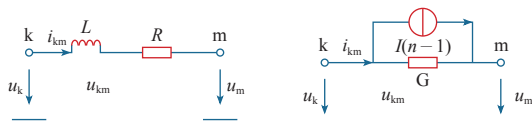


图6 非线性电感等效电路

当有直流入侵时，电压电流方程可写为

$$\begin{pmatrix} u_1 + U_0 - r_1 i_1 \\ u_2 + U_0 - r_2 i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 & M_{12} \\ M_{21} & L_1 \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

梯形公式可化为

$$\begin{aligned} i_{km}(t) &= \frac{2L - r\Delta t}{2L + r\Delta t} i_{km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L + r\Delta t} [u_{km}(t) + u_{km}(t - \Delta t) + 2U_0] \\ &= \frac{h}{2L + rh} u_{km}(t) + \frac{2L - rh}{2L + rh} i_{km}(t - \Delta t) + \frac{h}{2L + rh} u_{km}(t - \Delta t) + \frac{h}{2L + rh} 2U_0 \\ &= Gu_{km}(n) + I'(n-1) \end{aligned} \quad (11)$$

算得变压器端口电流后由安培环路定律

$$Hl = N_1 i_1 + N_2 i_2 \quad (12)$$

可计算得到下一次迭代的初始值磁场强度 h_{i+2} ，然后由式（1）可进行下一次的迭代计算。

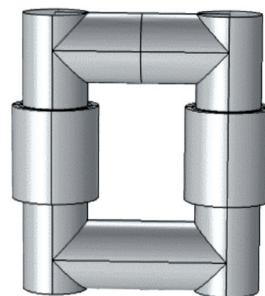
3 仿真分析

本文采用 BH 分段线性化表征的铁磁材料进行仿真分析，利用 COMSOL 软件仿真一个单相两柱式变压器在有直流入侵下的励磁电流及谐波。虽然已经有很多文献研究了直流入侵下变压器的励磁电流和谐波，但大多都是使用 Matlab 或 PSCAD 编程实现的，而本文采用有限元方法仿真励磁电流和谐波。

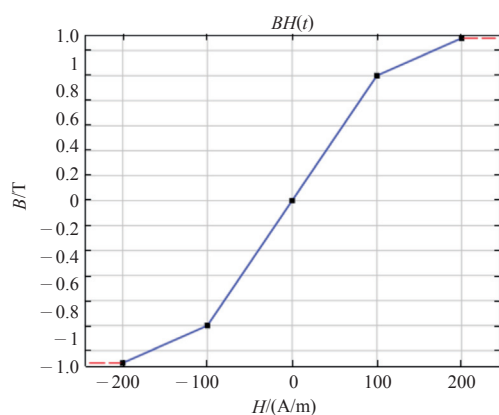
3.1 仿真建模的过程

首先在几何中画出单相两柱式变压器的几何结构，如图7a所示，包括铁心的几何尺寸、绕组的几何尺寸和油箱的尺寸。

在材料中设置铁心、绕组和变压器油的物理属性，铁心的导磁特性由内插的 BH 曲线表示，由



(a) 单相两柱式变压器结构



(b) 简化的BH曲线

图7 仿真建模过程

三段磁导率不同的线段构成，分别表示初始磁导率段、线性段和饱和段。简化的BH曲线如图7b所示。绕组为铜，变压器油要设置动力粘度、恒压热容、密度和导热系数等参数。

接下来是磁场和电路两个物理场的设置，磁场中铁心的本构关系要设置为BH曲线。线圈的励磁选“外部I Vs. U”，表示线圈的励磁由外部电路提供；线圈的横截面积为 $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ ；线圈的电导率为 $6 \times 10^7 \text{ S/m}$ 。电路中的各元件由两端的节点编号构成，电路及节点编号如图8所示。

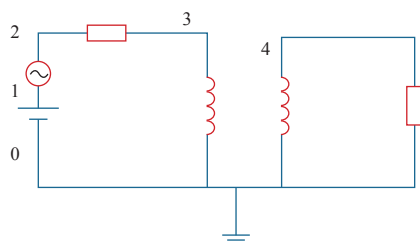


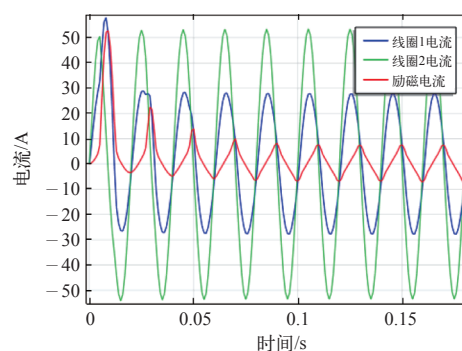
图8 电路及节点编号图

然后进行网格的剖分。划分网格是各场仿真模拟中的关键，网格质量的好坏直接关系到模拟能否进行以及是否正确。网格太粗会导致误差很大，太细就对计算机内存要求过高。本仿真中的网格剖分分三个等级，首先划分绕组部分的网格，由于绕组的厚度较薄，因此其整体网格相对较密。之后划分铁心的网格，铁心的尺寸较大，网格相对绕组较为稀疏。然后再划分变压器油的网格。

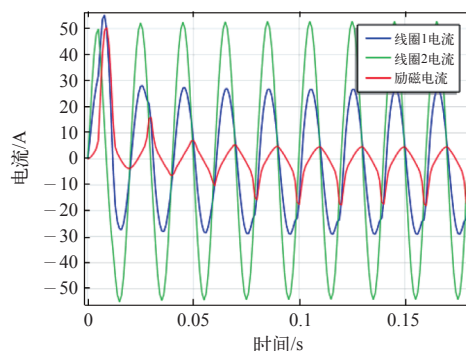
最后在研究中添加线圈几何分析和瞬态求解器，步长设置为0.001 s，总仿真时长为0.2 s。

3.2 仿真结果的分析

从仿真结果的后处理中可以得到励磁电流的波形和谐波，以及磁通密度和磁场强度的波形。为了充分利用变压器的导磁特性，额定运行时变压器通常运行在BH曲线接近饱和的点上，所以无直流入侵时励磁电流含有3次等奇数次谐波，在有直流入侵时，励磁电流中出现偶次谐波。图9和图10为有无直流入侵时的励磁电流及谐波，从图中可以看出无直流入侵时一次电流与二次电流呈匝数的反比，励磁电流正负对称，主要含3次谐波，电流最开始的波峰为励磁涌流造成的，之后很快衰减；通过添加一个50 V的直流电压源模拟有直流入侵时的情况，从图中可以看出，励磁电流逐渐偏移 to 一侧，正负半波不再对称，主要含2次和3次谐波。图11和图12为磁通密度和磁场强度，图中的蓝线表示一次绕组铁心柱中的磁场量，绿线为二次绕组铁心柱中的磁场量，从图中可以看出无直流入侵时磁通密度和磁场强度在稳态时正负半波对称，在有直流入侵时磁通密度和磁场强度正负半波不再对称，而是偏移 to 一侧，偏移的程



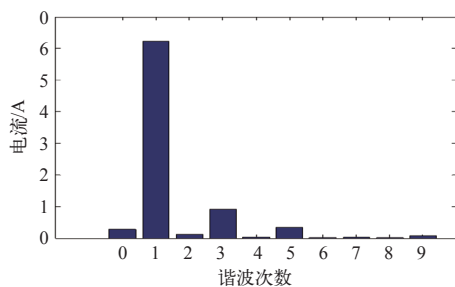
(a) 无直流入侵时的各电流



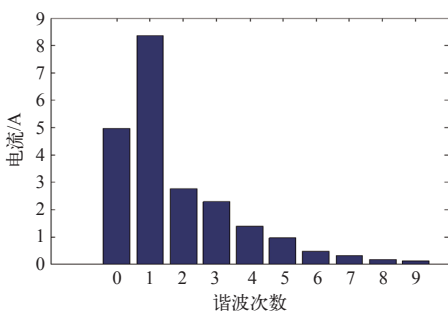
(b) 有直流入侵时的各电流

图9 有无直流入侵的线圈一次电流、二次电流和励磁电流

度由直流入侵电流的大小决定。

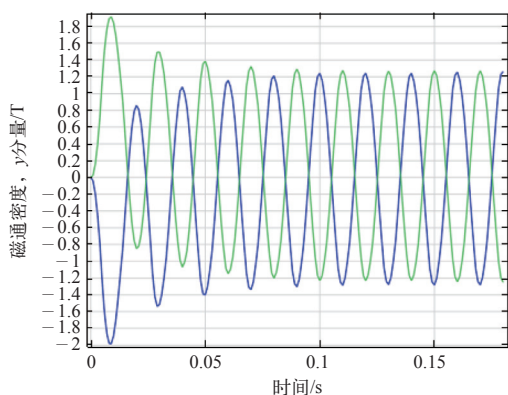


(a) 无直流入侵的谐波分布

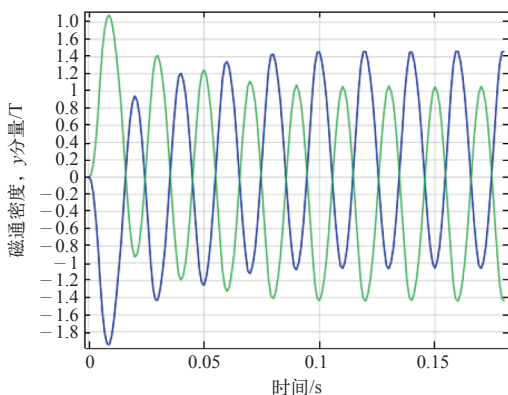


(b) 有直流入侵的谐波分布

图10 有无直流入侵时的励磁电流谐波分布

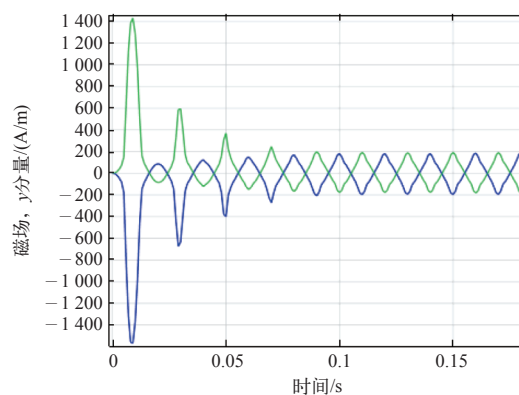


(a) 无直流入侵时的两柱磁通密度

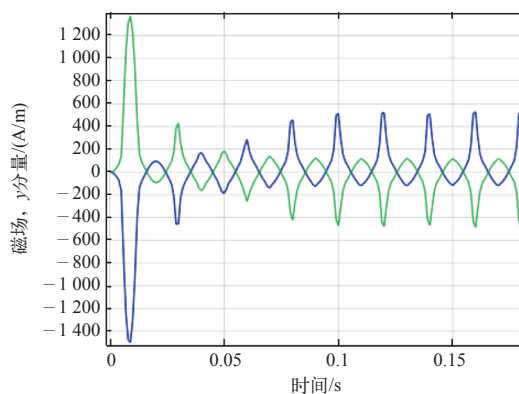


(b) 有直流入侵时的两柱磁通密度

图11 有无直流入侵时两铁心柱的磁通密度



(a) 无直流入侵时的磁场强度



(b) 有直流入侵时的磁场强度

图12 有无直流入侵时的两铁心柱的磁场强度

4 结束语

本文把变压器暂态建模的两个关键点进行了梳理,铁磁材料主要有JA模型、 BH 曲线分段线性化拟合和 BH 分段函数拟合三种表示方法;变压器等效磁路到等效电路的变换方法有UMEC统一磁路模型、对偶模型和有限元计算模型三种。本文通过比较各方法的优劣指出研究变压器的不同侧重点时可采用不同模型。最后本文建立变压器的几何模型并采用有限元方法计算了铁磁特性为分段线性 BH 曲线时的磁通密度和磁场强度,以及励磁电流和谐波,并比较了有直流入侵和无直流入侵两种模态下的变压器各个场量和电气量,得到了正确有效的仿真结果。采用有限元的方法建模为后续变压器的损耗计算、温度场分布、振动和噪声分布的求解打下了基础。

参考文献

- [1] 陈志伟, 白保东, 陈德志, 等. 电力变压器直流偏磁现象形成机理及一种抑制措施的研究 [J]. 电工技术学报, 2015, 30 (14): 208-214.
- [2] 白保东, 赵晓旋, 陈德志, 等. 基于J-A模型对直流偏磁条件下变压器励磁电流的模拟及实验研究 [J]. 电工技术学报, 2013, 28 (增刊2): 162-166.
- [3] 李晓萍, 文习山, 樊亚东, 等. 直流入侵三相三柱变压器励磁电流及谐波计算 [J]. 高电压技术, 2006, 32 (5): 69-72.
- [4] 朱林, 韦晨, 余洋. 单相变压器的直流偏磁励磁电流问题及其对保护的影响分析 [J]. 电力系统保护与控制, 2010, 38 (24): 158-162.
- [5] 赵志刚, 刘福贵, 张俊杰, 等. 直流偏磁条件下变压器励磁电流的实验与分析 [J]. 电工技术学报, 2010, 25 (4): 71-76.
- [6] 王燕, 皇甫成, 赵淑珍, 等. 考虑铁磁磁滞的变压器励磁涌流仿真分析 [J]. 电力系统自动化, 2009, 33 (15): 78-83.
- [7] 王洋, 刘志珍. 基于JilesAtherton磁滞理论的直流偏磁下铁心损耗预测 [J]. 中国电机工程学报, 2017, 37 (1): 313-323.
- [8] 王佳音, 白保东, 刘宏亮, 等. 直流偏磁对变压器振动噪声的影响 [J]. 电工技术学报, 2015, 30 (8): 56-61.
- [9] 高沛, 王丰华, 苏磊, 等. 直流偏磁下电力变压器的振动特性 [J]. 电网技术, 2014, 38 (6): 1536-1541.
- [10] 张艳丽, 王佳音, 白保东, 等. 直流偏磁磁场对硅钢片磁致伸缩特性的影响分析 [J]. 中国电机工程学报, 2016, 36 (15): 4299-4307.
- [11] 林济铿, 王超, 吕晓艳, 等. 采用统一磁路及空载试验的变压器饱和模型 [J]. 高电压技术, 2011, 37 (2): 422-428.
- [12] 郑涛, 韩东伟, 朱先启, 等. 直流偏磁条件下变压器的建模及励磁特性研究 [J]. 现代电力, 2013, 30 (1): 36-41.
- [13] 皇甫成, 魏远航, 钟连宏, 等. 基于对偶性原理的三相多芯柱变压器暂态模型 [J]. 中国电机工程学报, 2007, 27 (3): 83-88.
- [14] 潘超, 王泽忠, 李海龙, 等. 基于瞬态场路耦合模型的变压器直流偏磁计算 [J]. 电工技术学报, 2013, 28 (5): 174-181.
- [15] 刘渝根, 冷迪, 田资, 等. 基于ANSYSMaxwell的750 kV自耦变压器直流偏磁仿真 [J]. 高电压技术, 2013, 39 (1): 218-225.

(收稿日期: 2017-06-19) EA

欢迎订阅 欢迎投稿 欢迎刊登广告