基于模态分析的非整数次谐波谐振及闪变分析

通过调整模态阻抗实现改变谐振频率和降低谐振程度；利用IEC闪变仪的测量框图分析了非整数次谐波谐振引发的电压波动及闪变问题，指出闪变的频率与非整数次谐波谐振频率密切相关；由于闪变的大小与闪变频率密切相关，改变非整数次谐波谐振频率的同时也会改变闪变的大小。分析结果表明，当非整数次谐波谐振频率与奇数次谐波的频差在闪变敏感频率范围内时，将引起电压闪变；当特征值对串联电感电抗或者并联电容电纳的灵敏度为正时，增大电抗或电纳值可减小模态阻抗，降低谐振程度，谐振频率左移；当特征值灵敏度为负时其变化规律相反。依据以上结论，根据计算得到的闪变频率，选择谐振频率的调整方向，进而调整电感或电容参数，从而达到减小闪变和降低谐振的目的。

颛孙旭　谭锦文　李复明　许　斐　朱岸明／国网陕西省电力公司经济技术研究院

颛孙旭／高级工程师

关键词／Keywords
谐波谐振·
闪变·
模态分析·
灵敏度·
频率·

0　引言

风力发电、光伏发电等可再生能源的并网发电需要大量电力电子器件的参与，在运行过程中不可避免地产生整数次以及非整数次谐波，同时由于系统中存在大量的感性和容性元件，极易引发谐波谐振。谐波谐振过程经常伴随着局部的过电压，不仅导致电网电能质量下降，还可能导致设备损坏。

针对谐波谐振问题，目前国内外的研究工作主要集中在谐振机理分析、谐振检测以及消除等方面。文献[1]研究了风电场不同电气位置的谐波水平及特征，简要分析了谐波谐振导致风电机组脱网的故障机理；文献[2]将混合有源电力滤波器用于改变微电网母线阻抗，降低谐波电流和谐波电压谐振，改善微电网电能质量；文献[3]提出了一种基于永磁式风机的风电场风电机组控制器的优化设计技术，该技术可用于降低谐振；文献[4]基于闭环传递函数法建立了LCL型并网逆变器诺顿等效模型，利用所建立的模型分析了并联逆变器数量、组成和系统控制参数对系统谐振特性的影响；文献[5]采用模态分析法对电力系统谐振现象进行分析；文献[6]建立了双馈风力发电机组随风速变化的动态谐波模型，并利用敏感度方法分析了谐波谐振抑制措施；文献[7]采用模态分析法分析了风电场并网时的谐波谐振问题；文献[8]提出了特征灵敏度计算方法，可用于计算模态阻抗对网络元件参数的灵敏度；文献[9]针对多逆变器并网系统建模，并利用模态分析法获取系统谐振频率及谐振影响范围，通过灵敏度分析确定谐振时系统各元件的参与程度。

本文在前述谐波谐振的模态分析基础上，研究了非整数次谐波谐振引发的闪变增大问题，并探讨了如何调整参数以同时减小谐波谐振与闪变。

1　谐波谐振的模态分析

在任一特定频率下，均可以写出对应的电网节点电压电流方程，即

$$\boldsymbol{V}_f = \boldsymbol{Y}_f^{-1}\boldsymbol{I}_f \qquad (1)$$

式中，$\boldsymbol{V}_f$、$\boldsymbol{I}_f$分别为某特定频率f下的节点电压、节点注入电流矩阵；$\boldsymbol{Y}_f$为频率f下的网络导纳矩阵。

将矩阵$\boldsymbol{Y}_f$分解为如下形式

$$\boldsymbol{Y}_f = \boldsymbol{L}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{T} \qquad (2)$$

北京市自然科学基金（3162032）。

式中，$\boldsymbol{\Lambda}$为对角特征矩阵；$\boldsymbol{L}$、$\boldsymbol{T}$分别为左、右特征向量矩阵，且互为逆阵。

结合上述公式，并定义模态电压$\boldsymbol{U}_f=\boldsymbol{TV}_f$，模态电流$\boldsymbol{J}_f=\boldsymbol{TI}_f$，可得

$$\boldsymbol{U}_f=\boldsymbol{\Lambda}^{-1}\boldsymbol{J}_f \tag{3}$$

其中

$$\boldsymbol{\Lambda}^{-1}=\begin{pmatrix}\lambda_1^{-1}&0&0&0\\0&\lambda_2^{-1}&0&0\\0&0&\ddots&0\\0&0&0&\lambda_n^{-1}\end{pmatrix} \tag{4}$$

式中，λ为特征值，将λ^{-1}定义为模态阻抗，在不同的频率f下λ有不同的数值。

由式（4）、式（4）可以看出，当某特征值（如λ_1）在某个频率下出现极小值时，对应的模态阻抗λ_1^{-1}极大，则很小的模态电流J_{f1}将引起很大的模态电压U_{f1}，而其他的模态电压不受影响，称该频率为模式1下的谐振频率。由模态电流的定义可知

$$J_{f1}=T_{11}I_{f1}+T_{12}I_{f2}+\cdots+T_{1n}I_{fn} \tag{5}$$

假若其中某个系数（如T_{12}）显著大于其余系数，则$T_{12}I_{f2}$对J_{f1}的贡献大，即节点2的节点注入电流I_{f2}最容易激发模式1谐振，模式1谐振产生很大的模态电压U_{f1}，忽略其他模态电压，由模态电压的定义可知，第i个节点的电压可写成

$$V_{fi}\approx L_{i1}U_{f1} \tag{6}$$

式中，i为从1到n。当某个系数（如L_{21}）显著大于其余系数时，模态电压U_{f1}将显著引起节点2的谐振频率电压。对于任意模式k，定义矩阵$\boldsymbol{S}_k=\boldsymbol{I}_k\boldsymbol{t}_k$为参与矩阵，其中$\boldsymbol{I}_k$为$\boldsymbol{L}$矩阵的第$k$列，$\boldsymbol{t}_k$为$\boldsymbol{T}$矩阵的第$k$行，定义其中的$L_{bk}T_{kb}$为母线$b$在模式$k$的参与因子。该参与因子反映了母线$b$对模式$k$谐振的参与程度。

从以上分析可以看出，系统结构和参数决定了矩阵$\boldsymbol{Y}_f$，进而对λ产生影响。文献[12]给出了在模式k下，λ_k对元件参数的灵敏度，对于节点i的并联导纳$G+\mathrm{j}B$，灵敏度计算公式如下

$$\frac{\partial|\lambda_k|}{\partial G}=\frac{S_{\mathrm{r}}\lambda_{\mathrm{r}}+S_{\mathrm{i}}\lambda_{\mathrm{i}}}{\sqrt{\lambda_{\mathrm{r}}^2+\lambda_{\mathrm{i}}^2}} \tag{7}$$

$$\frac{\partial|\lambda_k|}{\partial B}=\frac{S_{\mathrm{r}}\lambda_{\mathrm{i}}-S_{\mathrm{i}}\lambda_{\mathrm{r}}}{\sqrt{\lambda_{\mathrm{r}}^2+\lambda_{\mathrm{i}}^2}} \tag{8}$$

式中，λ_{r}、λ_{i}和S_{r}、S_{i}分别为λ_k、$S_{k,ii}$的实部、虚部。

对于节点i、j之间的串联元件，其阻抗为$R+\mathrm{j}X$，其灵敏度计算公式如下

$$\frac{\partial|\lambda_k|}{\partial R}=\frac{\mu(X^2-R^2)+2vRX}{(R^2+X^2)^2} \tag{9}$$

$$\frac{\partial|\lambda_k|}{\partial X}=\frac{-2\mu RX+v(X^2-R^2)}{(R^2+X^2)^2} \tag{10}$$

式中，$\mu=\partial|\lambda_k|/\partial G$；$v=\partial|\lambda_k|/\partial B$；$G+\mathrm{j}B$为上述串联元件的导纳，在利用式（7）和式（8）计算μ、v时，式中λ_{r}、λ_{i}和S_{r}、S_{i}分别为λ_k、$S_{k,ii}+S_{k,jj}-S_{k,ij}-S_{k,ji}$的实部、虚部。

2　非整数次谐波谐振电压引发的闪变分析

大量的实例验算表明，非整数次谐波频率会使某些节点产生非整数次谐波高电压。根据分析可知，这些非整数次谐波高电压结合工频电压将在上述节点产生电压波动和闪变。

假定某节点电压具有如下形式

$$V=\cos\omega_0t+m\cos\Omega t \tag{11}$$

式中，$\cos\omega_0t$为归一化的工频电压；$m\cos\Omega t$为非整数次谐波电压；m为非整数次谐波电压占工频电压的比例。IEC推荐的闪变仪框图如图1所示。

图1　IEC闪变仪框图

图1中的二次方解调以及带通滤波用来获得闪变频率信号；视感度加权用来表述闪变频率对闪变大小的影响，最后通过二次方和一阶低通滤波环节得到瞬时闪变视感度S。为了分析式（11）描述的节点电压是否存在闪变，根据图1的IEC闪变仪框图，对该节点电压进行二次方解调来观察是否存在闪变频率分量。对于非整数次谐波频率位于工频附近的情况，电压的二次方为

$$V^2=0.5+0.5m^2+0.5\cos2\omega_0t+0.5m^2\cos2\Omega t+m\cos(\omega_0t+\Omega t)+m\cos(\omega_0t-\Omega t) \tag{12}$$

闪变敏感频率为0.05～35 Hz，所以带通滤波滤除直流、$2\omega_0$和$\omega_0+\Omega$分量，因为m较小，忽略$0.5m^2\cos2\Omega t$分量，闪变频率信号为$m\cos(\omega_0t-\Omega t)$，举例来说，当谐振频率为45 Hz时，闪变频率

为5 Hz。

对于非整数次谐波频率位于整数次谐波附近的情况，鉴于IEC闪变仪测量原理的局限性，采用文献[10]中的波动频率计算公式

$$\Delta f = \left| f_\Omega - h f_0 \right| \tag{13}$$

式中，f_Ω为非整数次谐波频率；f_0为工频频率；h为奇数。例如非整数次谐波频率为360 Hz，其引起的电压波动频率为10 Hz、110 Hz等，其中闪变敏感频率为10 Hz。

为了研究非整数次谐波谐振电压引发的闪变，利用模态分析法对某14节点网络进行分析。图2为IEEE 14节点网络的结构。

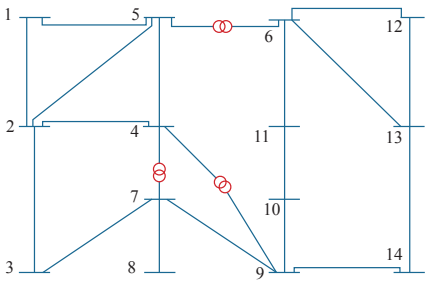


图2　IEEE 14节点网络结构

表1给出了图2中基波情况下线路的电阻、电抗以及对地导纳参数。

表1　基波情况下线路参数

首端节点	末端节点	支路电阻(pu)	支路电抗(pu)	对地导纳(pu)
1	2	0.019 38	0.059 17	0.026 4
1	5	0.054 03	0.223 04	0.024 6
2	3	0.046 99	0.197 97	0.021 9
2	4	0.058 11	0.176 32	0.017
2	5	0.056 95	0.173 88	0.017 3
3	4	0.067 01	0.171 03	0.006 4
4	5	0.013 35	0.042 11	0
6	11	0.094 98	0.198 9	0
6	12	0.122 91	0.255 81	0
6	13	0.066 15	0.130 27	0
7	8	0	0.176 15	0
7	9	0	0.110 01	0
9	10	0.031 81	0.084 5	0
9	14	0.127 11	0.270 38	0
10	11	0.082 05	0.192 07	0
12	13	0.220 92	0.199 88	0
13	14	0.170 93	0.348 02	0

利用模态分析法分析各模式下的谐振频率、模态阻抗。不同模式下模态阻抗随频率的变化曲线如图3所示。

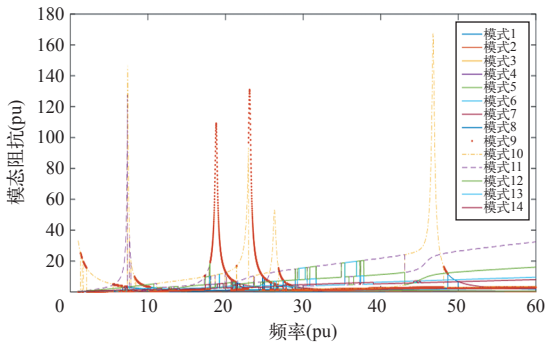


图3　模态阻抗随频率的变化曲线

由图3可知，在模式9、10及11下存在谐波谐振。表2给出了不同模式下的关键谐振频率、模态阻抗以及最大的母线参与因子。

表2　不同模式下主要母线参与因子

	模态9	模态10	模态11
关键谐振频率(pu)	23.1	46.75	7.36
模态阻抗(pu)	131	167.7	128.8
最大母线参与因子	母线5	母线4	母线11
	0.353	0.633	0.335

分析表2可知，在模式10下，母线4具有最大的参与因子，现以模式10为例，分析非整数次谐波谐振引起的节点电压波动与闪变。在母线4注入46.75(pu)频率的谐波电流，观测母线6处的电压波形图，如图4所示。图4中，在母线6上，工频电压和非整数次谐波谐振电压叠加后，其波形包络线存在12.5 Hz的电压波动，该频率即为闪变频率。

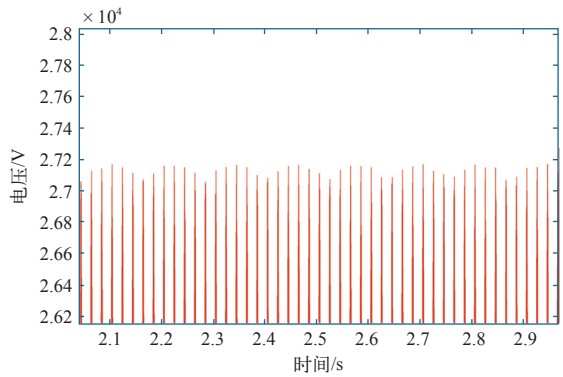


图4　模式10下母线6电压波形

3 网络参数调整对谐振频率的影响

针对上述IEEE 14节点的算例，利用前述灵敏度计算公式，可以得到模式10下特征值λ对各参数的灵敏度，在各参数中，特征值λ对母线4～5之间的电阻与电感参数最敏感。如果敏感度为正，表明增大该数值，特征值λ增大，模态阻抗减小；如果敏感度为负，则正好相反。部分计算结果如图5所示，横坐标从左到右依次为母线1～4的对地电容、母线2～4之间的电阻与电感以及母线4～5之间的电阻与电感参数。

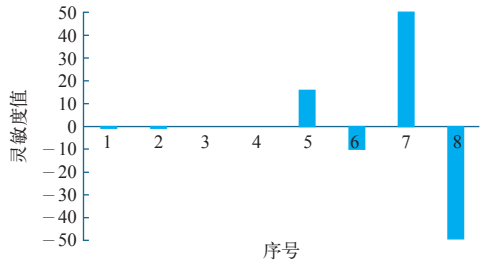
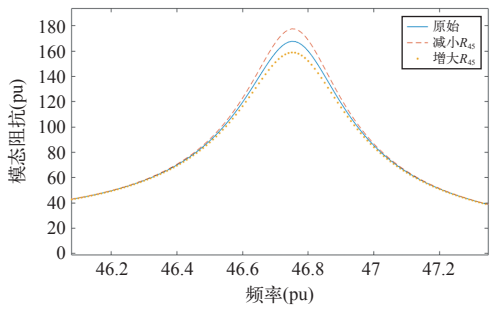
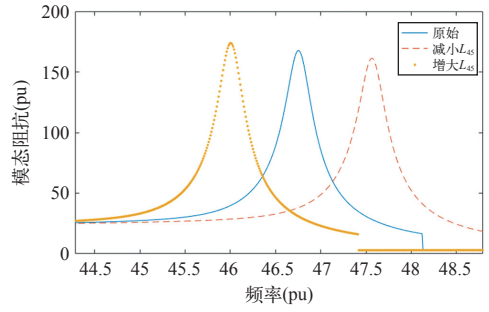


图5 $|\lambda_{10}|$对各参数的灵敏度

为了显示灵敏度的调节效果，选择母线4～5之间的电阻与电感参数分别进行调整，如图6所示，其中图6a反映了对电阻进行调整的结果，图6b反映了对电感进行调整的结果。



（a）电阻调节对模态阻抗的影响



（b）电感调节对模态阻抗的影响

图6 参数调整对模态阻抗的影响

观察图6可知，适当调整参数确实起到了降低谐振程度的目的，且其调整规律与前述一致。观察图6b发现谐振频率不再维持原有频率，而是发生了偏移，究其原因，电感参数的变化使特征值的频率谱发生了偏移，从而影响了该模式下的谐振频率。对比图6a和图6b可以看出，当图6a中调节手段为电阻时，谐振频率维持不变。

4 网络参数调整对闪变频率的影响

由以上分析可知，非整数次谐波谐振造成的谐波高电压将引起节点电压波动与闪变，该闪变频率与非整数次谐波谐振频率密切相关，表3给出了使瞬时闪变视感度$S=1$的频率与电压波动对照表。

表3 使$S=1$的频率与电压波动对照表

频率f /Hz	电压波动 (%)	频率f /Hz	电压波动 (%)	频率 f/Hz	电压波动 (%)
0.5	2.34	6.5	0.3	14	0.388
1	1.432	7	0.28	15	0.433
1.5	1.08	7.5	0.266	16	0.48
2	0.882	8	0.256	17	0.53
2.5	0.754	8.8	0.25	18	0.584
3	0.654	9.5	0.254	19	0.64
3.5	0.568	10	0.262	20	0.7
4	0.5	10.5	0.27	21	0.76
4.5	0.445	11	0.282	22	0.824
5	0.398	11.5	0.296	23	0.89
5.5	0.36	12	0.312	24	0.962
6	0.328	13	0.348	25	1.042

在闪变频率为最敏感频率8.8 Hz时，0.25%的电压波动可造成$S=1$；当闪变频率为远离最敏感频率的0.5 Hz时，要达到同样的瞬时闪变视感度，需要电压波动增加到2.34%。可见闪变频率对闪变大小的影响很大，研究谐振频率对闪变具有重要意义。

观察图6b可以看出，在没有调整电感的原始条件下，谐振频率为46.75(pu)；随着电感参数的调整，不论是增大还是减小电感，46.75(pu)频率下的模态阻抗均下降，而谐振频率的调整均使模态阻抗上升到一个新的极值。从以上分析可知，电感参数调整带来模态阻抗降低的变化趋势与谐

振频率变化带来的趋势相反，此外考虑到模态阻抗与特征值互为倒数，基波频率下的电感电抗X与电感之间为线性关系，可得到如下关系式

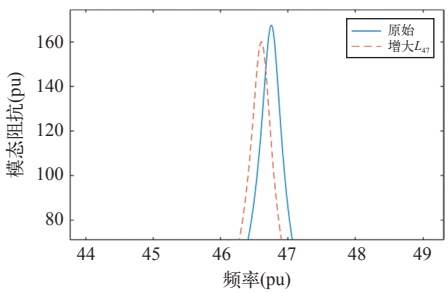
$$\left(\frac{\partial|\lambda_k|}{\partial X}\Delta X\right)\left(\frac{\partial|\lambda_k|}{\partial f}\Delta f\right)<0 \qquad (14)$$

式中，$(\partial|\lambda_k|/\partial X)\Delta X$为基波频率下参数调整带来的特征值变化；$(\partial|\lambda_k|/\partial f)\Delta f$为谐振频率调整带来的特征值变化，其乘积为负，表示其调整效果正好相反。$(\partial|\lambda_k|/\partial X)>0$时，增大电感，$\Delta X>0$，能够减小模态阻抗；$(\partial|\lambda_k|/\partial X)<0$时，减小电感，$\Delta X<0$，能够减小模态阻抗，即当$X$沿着梯度方向调整时，$[(\partial|\lambda_k|/\partial X)\Delta X]>0$，再结合式（13）可知，在使得模态阻抗减小的参数调整过程中，$[(\partial|\lambda_k|/\partial f)\Delta f]<0$，即$(\partial|\lambda_k|/\partial X)\times[(\partial X/\partial f)\Delta f]<0$，对于节点之间的串联电抗，$(\partial X/\partial f)>0$，因此$[(\partial|\lambda_k|/\partial X)\Delta f]<0$，即在模态阻抗减小的前提下，若$(\partial|\lambda_k|/\partial X)>0$，则谐振频率减小；若$(\partial|\lambda_k|/\partial X)<0$，则谐振频率增大。对节点并联电容元件进行分析可以得到相同的结论。

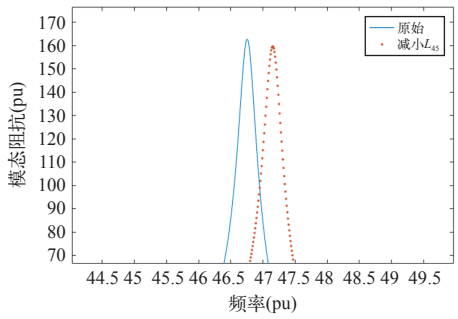
在模式10下，原有谐振频率为46.75(pu)，调整母线4～5之间的电感以及母线4～7之间的电感来观察串联电感参数调整对模态阻抗及谐振频率的改变，其中特征值对X_{47}电感电抗的灵敏度为正，对另一个X_{45}电感电抗的灵敏度为负，调整前后的对照结果如图7所示。

观察图7可知，在调整参数使得模态阻抗减小的前提下，图7a中特征值对X_{47}电感电抗的灵敏度为正，谐振频率左移；图7b中对X_{45}电感电抗的灵敏度为负，则谐振频率右移。

在模式9下，原有谐振频率为23.1(pu)，调整母线5的并联电容以及母线9的并联电容来观察并联电容参数调整对模态阻抗及谐振频率的改变，



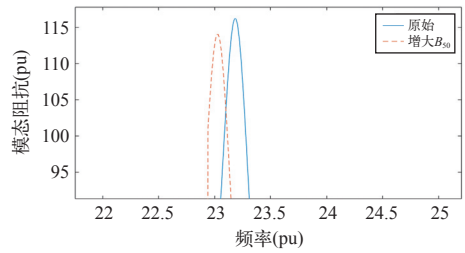
（a）特征值对串联电感电抗灵敏度为正



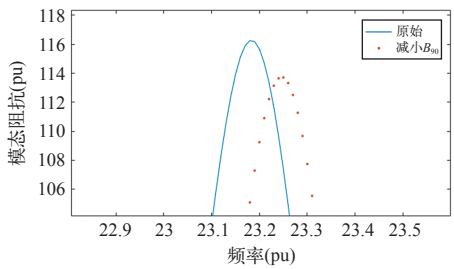
（b）特征值对串联电感电抗灵敏度为负

图7　串联电感参数调整带来的谐振频率变化

其中特征值对母线5并联电容电纳的灵敏度为正，对母线9并联电容电纳的灵敏度为负，调整前后的对照结果如图8所示。



（a）特征值对并联电容电纳灵敏度为正



（b）特征值对并联电容电纳灵敏度为负

图8　并联电容参数调整带来的谐振频率变化

对图8分析可以得到与图7相同的结论。因此对于串联电感电抗或者并联电容电纳，当特征值灵敏度为正时，增大电抗或电纳值可减小模态阻抗，降低谐振程度，谐振频率左移；当特征值灵敏度为负时，减小电抗或电纳值可减小模态阻抗，降低谐振程度，谐振频率右移。

5　结束语

本文分析了非整数次谐波谐振引起电压闪变的情况，提出非整数次谐波谐振频率与闪变频率密切相关；在利用模态分析法分析谐波谐振频率、特征值和模态阻抗的基础上，研究了网络参

数调整对非整数次谐波谐振频率及电压波动和闪变的影响，分析结果表明，对于串联电感电抗或者并联电容电纳，当特征值灵敏度为正时，增大电抗或电纳值可减小模态阻抗，降低谐振程度，谐振频率左移；当特征值灵敏度为负时，减小电抗或电纳值可减小模态阻抗，降低谐振程度，谐振频率右移。

参考文献

[1] 樊熠，张金平，谢健，等．风电场谐波谐振测试与分析 [J]．电力系统自动化，2016，40 (2)：147-151．

[2] Robson B G，Silvia C F，Carlos H，et al．Using smart impedance to transform high impedance microgrid in a quasi-infinite busbar [J]．IEEE Transactions on Smart Grid，2017，1 (1)：428-436．

[3] Esmaeil E，Frede B，Wang X F，et al．Reducing harmonic instability and resonance problems in PMSG-based wind farms [J]．IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics，2018，6 (1)：73-78．

[4] 胡伟，孙建军，马谦，等．多逆变器并网系统谐振特性分析 [J]．电力自动化设备，2014，34 (7)：93-98．

[5] 徐文远，张大海．基于模态分析的谐波谐振评估方法 [J]．中国电机工程学报，2005，25 (22)：89-93．

[6] 戎骏，胡海涛，邵洋，等．基于敏感度分析的海上风电场谐波谐振研究 [J]．电网技术，2016，40 (8)：2510-2517．

[7] 唐振东，杨洪耕．基于模态分析的风电场并网谐波谐振研究 [J]．电力自动化设备，2017，37 (3)：87-92．

[8] Huang Zhenyu，Senior M，CuiYu，et al．Application of modal sensitivity for power system harmonic resonance analysis [J]．IEEE Transactions on Power Systems，2007，22 (1)：222-231．

[9] 刘洋，帅智康，李杨，等．多逆变器并网系统谐波谐振模态分析 [J]．中国电机工程学报，2017，37 (14)：4156-4164．

[10] 王建勋，刘会金．间谐波闪变效应计算及闪变源识别方法 [J]．电力系统自动化，2011，35 (12)：52-58，75．

（收稿日期：2018－06－22）EA

(上接第73页)

[5] 郭春林，肖湘宁．电动汽车充电基础设施规划方法与模型 [J]．电力系统自动化，2013，37 (13)：70-75．

[6] 吴春阳，黎灿兵，杜力，等．电动汽车充电设施规划方法 [J]．电力系统自动化，2010，34 (24)：36-39．

[7] 徐凡，俞国勤，顾临峰，等．电动汽车充电站布局规划浅析 [J]．华东电力，2009，37 (10)：1678-1682．

[8] 刘志鹏，文福拴，薛禹胜，等．电动汽车充电站的最优选址和定容 [J]．电力系统自动化，2012，36 (3)：54-59．

[9] 刘洪，李荣，葛少云，等．考虑出租车随机行为特性及路网行程时间可靠性的充电站多目标规划 [J]．电网技术，2016，40 (2)：433-441．

[10] 王辉，王贵斌，赵俊华，等．考虑交通网络流量的电动汽车充电站规划 [J]．电力系统自动化，2013，37 (13)：63-69．

（收稿日期：2017－11－27）EA