电动汽车用户选择充电站最佳经济途径的方法研究

电动汽车将电能转化为驱动汽车的动能，绿色、环保且无污染。政府积极提倡发展电动汽车，电动汽车的数量得到了一定的发展。当电动汽车的电量不能够满足用户的需求时，要对其进行电量的补充。如何合理有效地选择充电站进行充电是一个非常值得研究的问题。针对区域内电动汽车用户如何选择充电站提出一种经济的选择方法。通过搭建电动汽车用户与各个充电站的信息交互平台，引入排队论数学模型，计算电动汽车到达充电站时间成本的同时，进一步计算里程成本。基于前期研究成果，在区域内电动汽车的充电站布局合理的情况下，确定单目标函数选择充电站，从而确定最经济的途径，电动汽车用户以经济成本最低来选择充电站进行充电。

徐天奇[1] 冯培磊[1] 李 琰[1] 曹 富[2] 刘晓欣[3]/1.云南民族大学电气信息工程学院 2.中国科学技术大学管理学院 3.云南电网有限责任公司怒江供电局

徐天奇/副教授

关键词/Keywords
电动汽车·
M/M/C/N排队论·
时间成本·
里程成本·

0 引言

有限的石油资源不断减少，环境污染日益严重[1]。传统汽车是环境污染的主要因素之一，电动汽车（Electric Vehicle，EV）具有高效节能、零排放等优点，因而得到了快速发展。文献[2]通过排队论的思想研究EV进站排队系统，推算出系统相关的运行指标。文献[3]主要研究了排队系统建模仿真，深入分析EV与站内充电桩的充电时间联系，可以有效保证优质的服务效率。电动汽车规模化充电给电网造成一定的影响，通过技术的革新电动汽车整车充电将会呈现出明显的优势[4]。文献[5-6]将排队论模型运用到城区的选址定容的研究中，在点需求模式下借助统计数学中的期望模型，在合适的响应时间范围内充电站以获取最大EV数量为目标。EV的充电行为具有较大不确定性，文献[7]分析EV用户的充电行为基于排队论模型，以充电设施服务系统投资的总费用最小建立充电站设施服务系统。文献[8]将用户带有不厌烦和止步行为的M/M/C/N排队模型考虑在内，对充电场所服务设施进行研究，获得站内系统稳态下的动态平衡方程。文献[9-10]将路网状态结构、EV车流量信息和配电网络的容量相关因素考虑在内，提出进一步优化EV充电站的规划策略。文献[11]通过对电动汽车运营实际数据的调研，建立提高充电设备利用率的模型，运用改进的自适应粒子群遗传算法来引导车辆的充电行为。

通过对电动汽车充电站的数据进行分析，车辆到站的时间间隔满足负指数分布，充电服务时间满足正态分布，通过对比M/G/k排队模型和M/M/k排队模型两种经典的排队论模型，分析了两者的差别，电动汽车的荷电状态会对充电排队系统产生一定的影响[2]。充电设施的分布情况对电动汽车用户选择会产生影响，通过随机离散事件建立系统排队论模型，优化了充电桩的数量。运用Matlab/Kstest函数对数据进行K－S负指数分布检验，证明了在h_0=0时，充电时间间隔的时间满足负指数分布[3]。文献[6]运用排队论模型，基于点需求模式下

国家自然科学基金项目（61761049，61461055）；云南省应用基础研究计划项目（2017FD120）；云南民族大学创新基金校级重点项目（2018YJCXS）；云南电网公司技术创新项目（050000KK52150006）。

研究区域内充电站的选址定容问题，以用户最大的容忍响应时间为条件进行灵敏度的检验，深入分析各个影响因素。文献[8]指出电动汽车的充放电行为具有不确定性，用户选择充电如果排队时间过长会出现不厌烦情绪，或者用户看到充电排队等候的人比较多会放弃充电。文献[7]基于有限容量的M/M/C/N排队模型对服务系统整体建模，建立平衡方程进行动态求解，将社会经济效益考虑在内建立数学模型。

之前的研究成果将排队论模型用于电动汽车的选址定容研究，当区域内充电站建设好之后，电动汽车用户需要根据电动汽车自身的荷电状态选择充电站进行充电。本文主要研究区域内电动汽车选择充电站充电最佳经济途径的确定方法，根据具体情况修改传统排队论中的基本限制条件。将排队论数学模型中的一些评价指标运用在电动汽车选择充电站的问题上。EV选择充电站根据不同的经济成本，本文主要通过EV用户与电动汽车充电站交互平台的信息，确定EV选择充电站的时间成本和里程成本。最后通过总成本值的比较得到最经济的途径。

1 M/M/C/N排队论模型

1.1 排队论发展简介

排队论（Queuing Theory，QT）最初由电话通话的现象引起，起源于20世纪早期。1909年丹麦著名的电气工程师Erang A. K.采用概率论与数理统计的方法，研究电话的通话问题，从而产生这门有趣的学科。1940年，Feller G. W. 将生灭过程引入排队论，系统排队论被数学界所公认。二战以后运筹学中的排队论被广泛重视，成为新领域中比较重要的分支之一。20世纪50年代，Kendall D. G. 将排队论进行系统化的研究，将Mmarkov A. A. (马尔科夫)理论方法嵌入到排队论中，排队论得到了进一步的发展。排队论模型是运筹学的一个分支，也是研究系统的随机聚散现象和服务运营过程中的方法理论。

排队论的输入过程通常考虑的是顾客到达服务系统的规律性，通常顾客流按照泊松分布的规律，在时间t内到达n个顾客的概率满足

$$p_n(t)=\frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^n}{n!} \quad n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ N \tag{1}$$

相继到达顾客的间隔时间T服从负指数分布，即

$$p(T\leqslant t)=1-e^{-\lambda t} \tag{2}$$

式中，λ为单位时间顾客期望到达数目，也就是平均到达率。

电动汽车用户的时间采用随机的服务时间，v满足负指数函数分布，即

$$p(v\leqslant t)=1-e^{-ut} \quad (t\geqslant 0) \tag{3}$$

式中，u为平均服务率；$1/u$为平均服务的时间。

1.2 M/M/C/N排队论模型

M/M/C/N排队论模型表示电动汽车用户的到达时间间隔满足参数为λ的负指数分布；电动汽车用户充电的服务时间满足参数为u的负指数分布；电动汽车用户到达的时间与充电接受服务的时间相互独立；电动汽车充电站一共拥有C个充电桩，系统的容量为N。M/M/C/N模型状态流如图1所示。

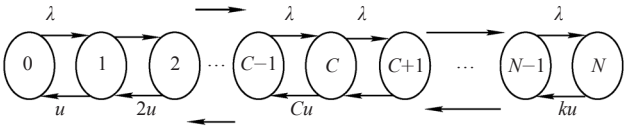

图1 M/M/C/N模型状态流[12]

文献[13]对于该排队论系统，当电动汽车数量小于充电站充电桩的数量系统的总服务率为ku；当电动汽车数量超过系统充电桩的数量时，系统的总服务率为Cu。

电动汽车接受充电的概率为

$$p_k=\begin{cases}\dfrac{\rho^k}{k!}p_0=\dfrac{C^k}{k!}\rho^k p_0 & 0\leqslant k<C\\ \dfrac{\rho^k}{C!C^{k-C}}p_0=\dfrac{C^C}{C!}\rho^k p_0 & C\leqslant k<N\end{cases} \tag{4}$$

服务台处于空闲状态的概率计算式为

$$p_0=\begin{cases}\left[\sum_{k=0}^{C-1}\dfrac{(C\rho)^k}{k!}+\dfrac{(C\rho)^C}{C!}\cdot\dfrac{1-\rho^{N-C+1}}{1-\rho}\right]^{-1} & \rho\neq 1\\ \left[\sum_{k=0}^{C-1}\dfrac{C^k}{k!}+\dfrac{C^C}{C!}(N-C+1)\right] & \rho=1\end{cases} \tag{5}$$

平均等待队长计算式为

$$L_q=\begin{cases}\dfrac{C^C\rho^{C+1}p_0}{C!(1-\rho)^2}[1-(N-C+1)\ \ \rho^{N-C}\rho^{N-C+1}] & \rho\neq1\\ \dfrac{C^C}{2C!}(N-C)(N-C+1)P_0 & \rho=1\end{cases}\tag{6}$$

排队系统平均队长计算式为

$$L_s=\begin{cases}L_q+\dfrac{\lambda_e}{u} & \rho=1\\ L_q+C-\sum\limits_{k=0}^{C-1}(C-k)p_k & \rho\neq1\end{cases}\tag{7}$$

平均等待时间计算式为

$$W_q=\begin{cases}\dfrac{C^C\rho^{C+1}p_0[1-(N-C+1)\rho^{N-C}+(N-C)\rho^{N-C+1}]}{C!(1-\rho)^2u[C-\sum\limits_{k=0}^{C-1}(C-k)p_k]} & \rho\neq1\\ \dfrac{C^Cp_0(N-C)(N-C+1)}{2C!u[C-\sum\limits_{k=0}^{C-1}(C-k)p_k]} & \rho=1\end{cases}\tag{8}$$

平均逗留时间计算式为

$$W_s=W_q+1/u\tag{9}$$

M/M/C/N排队模型的电动汽车用户充电的服务时间，具体满足分布需要考虑到所在城市的人口和经济发展水平，还需要根据具体问题来选择排队论的具体模型，这样才能合理有效地解决实际问题。本文调用排队论模型的评价指标进行时间成本的相关计算。

2　电动汽车用户选择充电站数学模型

2.1　信息交互平台的搭建

电动汽车用户与充电站信息交互平台如图2所示。

充电站通过因特网传递不同充电站的位置信息、充电桩的数量信息和系统容量信息。区域内的电动汽车用户通过GPS/移动互联网传递自身的荷电状态信息（电动汽车当前的电量）和位置信息（电动汽车的里程），在一些特定的约束条件下，给出电动汽车用户的充电决策，也就是电动汽车用户如何选择充电站。

电动汽车的交互平台按照等时间间隔给该区域内的电动汽车进行实时状态信息的发布，引导

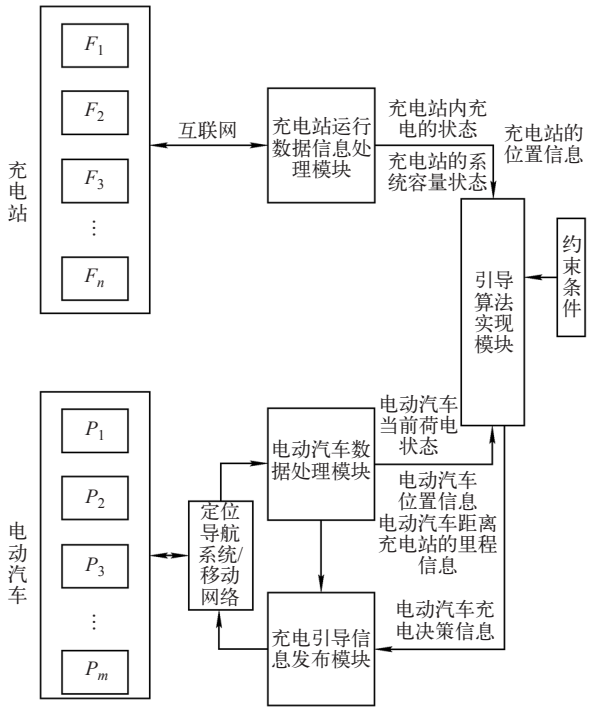

图2　EV用户与充电站信息交互平台

电动汽车根据自身的实际情况作出响应，并选择最佳的经济充电路径。

（1）充电站反映的状态信息

n个不同充电站内充电桩的状态信息计算式为

$$\begin{bmatrix}F_{1-1} & F_{1-2} & \cdots & F_{1-P_1}\\ F_{2-1} & F_{2-2} & \cdots & F_{2-P_2}\\ F_{3-1} & F_{3-2} & \cdots & F_{3-P_3}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ F_{n-1} & F_{n-2} & \cdots & F_{n-P_n}\end{bmatrix}\tag{10}$$

式中，区域内充电站的数目为n个，每个充电站对应的充电桩数目分别为P_1，P_2，…，P_j，…，P_n，数值各不相同(P_j>1)。

充电站对应的系统容量状态信息计算式为

$$(N_1,\ N_2,\ N_3,\ \cdots,\ N_j,\ \cdots,\ N_n)^{\mathrm{T}}\tag{11}$$

充电站的位置信息计算式为

$$(L_1,\ L_2,\ L_3,\ \cdots,\ L_j,\ \cdots,\ L_n)^{\mathrm{T}}\tag{12}$$

（2）电动汽车反映的状态信息

m辆电动汽车当前位置的荷电状态信息计算式为

$$(S_{oc1},\ S_{oc2},\ S_{oc3},\ \cdots,\ S_{oci},\ \cdots,\ S_{ocm})^{\mathrm{T}}\tag{13}$$

第i辆EV用户距离不同充电站j的里程矩阵状态

信息计算式为

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \cdots & l_{1n} \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & l_{2n} \\ l_{31} & l_{32} & \cdots & l_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ l_{m1} & l_{m2} & \cdots & l_{mn} \end{bmatrix} \tag{14}$$

式中，i=1，2，…，m；j=1，2，…，n。

电动汽车的位置状态信息计算式为

$$(L_1,\ L_2,\ L_3,\ \cdots,\ L_i,\ \cdots,\ L_m)^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

第i辆电动汽车与不同充电站之间的信息交互，通过目标函数根据实际情况提前预约。

2.2 电动汽车用户的时间成本与里程成本

2.2.1 电动汽车用户的时间成本

计算第i辆EV到达第j个充电站的排队等候时间，本文采用$M/M/P_j/N_j$排队论的相关知识，分别对应：第一个M为EV用户充电的时间间隔满足指数分布，假设单位时间到达的电动汽车数量为λ，则$1/\lambda$表示EV用户到达充电站的平均间隔时间；第二个M为充电站的服务时间满足正态分布，假设u为单位时间能完成EV的充电时间，则$1/u$表示平均服务充电时间；充电站中的充电桩数量对应的为P_j；充电站的系统容量为N_j。

根据排队论基本原理，电动汽车用户排队系统平稳分布，记$p_n=p\{N=n\}$，n=0，1，2，…为系统达到平稳队长N的概率分布，可以得到EV充电站服务系统的平衡方程为[4]

$$\begin{cases} u_1 p_1=\lambda_0 p_0 \\ \lambda_{n-1} p_{n-1}+u_{n+1} p_{n+1}=(\lambda_0+u_n) p_0 \end{cases} \tag{16}$$

式中，λ_n为状态为n的系统到下一辆EV到达时刻止的到达率；u_n为状态为n的系统到下一辆EV离开时止的平均服务率。

$$\lambda_n=\lambda_j=\lambda \tag{17}$$

对于充电桩个数为P_j的系统

$$u_n=\begin{cases} nu & n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots P_j \\ pu & n=P_j,\ P_j+1,\ \cdots \end{cases} \tag{18}$$

$$\begin{cases} p_1=\dfrac{\lambda_0}{u_1} p_0 \\ p_{n+1}=\dfrac{\lambda_n}{u_{n+1}} p_n=\dfrac{\lambda_n \lambda_{n-1} \cdots \lambda_0}{u_{n+1} u_n \cdots u_1} p_0 \end{cases} \tag{19}$$

ρ为EV充电站系统中正在接受充电服务的EV的平均数量，表示充电站的服务强度，反映了该充电站的繁忙程度，$\rho=\lambda/u$；u为单位时间EV能完成充电的数量。

对于有P_j个充电桩的充电服务系统，用ρ_{P_j}表示充电设施的利用率，计算式为

$$\rho_{P_j}=\frac{\rho}{P_j}=\frac{\lambda}{P_j u} \tag{20}$$

在EV等待排队的模型中，要求满足条件$\rho_{P_j}<1$，才可以使充电站达到系统平衡。

服务台都处于空闲状态的概率计算式为

$$p_0=\frac{1}{\sum_{n=0}^{P_j-1}\dfrac{\rho^n}{n!}+\dfrac{\rho_{P_j}(1-\rho_{P_j}^{N_j-P_j+1})}{P_j!(1-\rho_{P_j})}} \tag{21}$$

电动汽车充电站服务系统的平均排队长度计算式为

$$L_{\mathrm{q}}=\frac{p_0 \rho^{P_j} \rho_{P_j}}{P_j!(1-\rho_{P_j})^2}[1-\rho_{P_j}^{N_j-P_j+1}-(1-\rho_{P_j})(N_j-P_j+1)\rho_{P_j}^{N_j-P_j}] \tag{22}$$

平均排队时间计算式为

$$t_j^{\mathrm{f}}=L_{\mathrm{q}}/\lambda_{\mathrm{e}} \tag{23}$$

由于充电站系统的空间有限性，必须考虑电动汽车的有效到达率λ_{e}，计算式为

$$\lambda_{\mathrm{e}}=\lambda(1-p_{N_j}) \tag{24}$$

$$p_{N_j}=\frac{\lambda^{N_j}}{N_j!u^{N_j}} p_0 \tag{25}$$

第i辆电动汽车从当前位置到达N_j充电站消耗的电能需要进行充电时间的折算，计算式为

$$t_j^{P}=\frac{l_{ij}}{l_{\mathrm{s}}}\cdot\frac{S_{\mathrm{total}}}{P_{\mathrm{N}}} \quad j=1,\ 2,\ \cdots,\ n \tag{26}$$

式中，P_{N}为EV充电的额定功率；l_{s}为EV总的续航里程；S_{total}为EV额定功率。

第i辆EV用户到达第j个充电站所用的时间计算式为

$$t_{ij}=\delta_j\sum_{i=1}^{m}x_{ij}+\frac{l_{ij}}{v_i}+t_j^{\mathrm{f}}+t_j^{\mathrm{p}} \tag{27}$$

式中，δ_j为充电站的优先等级系数；l_{ij}为电动汽车到达充电站的里程；v_i为取最近两次调度时间之间的平均速度；t_j^{f}为电动汽车排队时间；t_j^{p}为电动汽车到达目的地消耗的电池电量折算成的充电时间。

对于第i辆到达第j个充电站可得到如下时间矩阵，即

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{m1} & t_{m2} & \cdots & t_{mn} \end{bmatrix} \tag{28}$$

式中，i=1，2，…，m；j=1，2，…，n。

对于第i辆电动汽车取

$$t_{ij}^{\max}=\max(t_{i1},\ t_{i2},\ t_{i3},\ \cdots,\ t_{in}) \tag{29}$$

$$\alpha_{ij}=\frac{t_{ij}}{t_{ij}^{\max}} \tag{30}$$

因时间成本的单位和里程的单位不一致，故需要去除量纲处理，对于第i辆电动汽车到达不同的充电站j的时间成本是不同的。对应的值越大，说明需要花费的成本越高，充电站被选择的机会越少。时间成本对应的数值越大，说明到达充电站需要花费的时间越多，充电用户选择该充电站的机会越小。

2.2.2 确定EV用户里程成本

第i辆EV到达第j个充电站，将l_{ij}作为基本目标对充电站进行选择，$m\times n$的里程矩阵为

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \cdots & l_{1n} \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ l_{m1} & l_{m2} & \cdots & l_{mn} \end{bmatrix} \quad \text{取 } l_{ij}^{\max}=\max(l_{i1},\ l_{i2},\ l_{in}) \tag{31}$$

$$\beta_{ij}=\frac{l_{ij}}{l_{ij}^{\max}}$$

对应的数值越大，充电站被选择机会越少。

3 约束条件与目标函数

3.1 约束条件

1）区域内待充EV只能选择1个充电站进行充电：$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1$ 。

2）第i辆EV到达第j个充电站的最大距离应该小于第i辆车可以行使的最远距离，即$l_{ij}^{\max}\leqslant l_i^{\max}$。

3）充电中EV的充电桩满足$P_j>1$。

4）充电站的系统容量大于充电站中充电桩的数量，即$N_j>P_j$。

5）对于有P_j个充电桩的充电服务系统，ρ_{Pj}表示充电设施的利用率，计算式为

$$\rho_{P_j}=\frac{\rho}{P_j}=\frac{\lambda}{P_j u}<1 \tag{32}$$

3.2 目标函数

第i辆电动汽车选择不同路径的成本目标函数为

$$F=\min(\sum_{j=1}^{n}[x_{ij}(\alpha_{ij}+\beta_{ij})]) \tag{33}$$

$$x_{ij}=\begin{cases}1 & j=n\\ 0 & j\neq n\end{cases} \tag{34}$$

第i辆EV到达不同充电站j的成本值。对于特定i辆EV选择其周围的充电站，对于不同的充电站j将获得不同的时间成本与里程成本。确定选择出第i辆电动汽车到达不同充电站j的时间成本和里程成本之和最小，根据数值的大小来选择最佳的充电站。经济成本求解流程如图3所示。

方法步骤如下。

1）搭建电动汽车用户与电动汽车充电站信息交互平台。

2）确定电动汽车到达充电站的时间成本。

3）确定电动汽车到达充电站的里程成本。

4）确定单目标函数，寻找确定的充电站，从而确定最经济的途径，也就是确定选择出第i辆电动汽车到达不同充电站j的时间成本和里程成本之和最小。

4 算例仿真

4.1 参数设定相关假设

1）设定一个区域范围内运营的充电站数量和

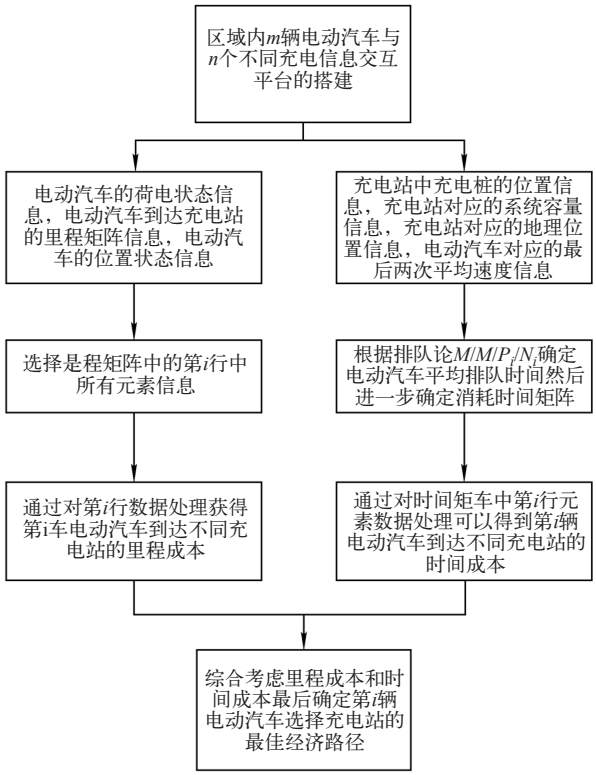

图3　经济成本求解流程

电动汽车的数量是有限的。电动汽车的数目为m辆，充电站的数量为n个。充电站对应的充电桩数目为Pj，系统容量数目为N_j(j=1，2，…，n)。

2）在电动汽车需要充电时，电动汽车用户选择充电站的时间比较短[14]。电动汽车用户能且只能选择一个充电站，并且提前预约可以准时到达。电动汽车的充电状态用x_{ij}表示，取值为1表示第i辆电动汽车选择第j个充电站充电。取值为0表示电动汽车i不到第j个充电站充电。

3）根据GPS导航系统反馈的信息，假设最近两次调度之间的平均速度作为电动汽车从当前位置运动到充电站位置的速度V_{ij}。

4）需要考虑每个充电站的系统容量N_j，当待充电动汽车的数目超过站内充电桩的位置时，电动汽车需要进行排队等待。

5）电动汽车的行驶里程L与电动汽车的荷电状态SOC近似呈线性关系。

6）等待时间与充电站的规模呈线性关系，充电站的规模越小，等待时间越长。

4.2　电动汽车充电站运行特点

1）客户源是无限的，电动汽车用户到达的时间有比较明显的随机特征。

2）对于一个确定的充电站来说，充电桩的数量是固定的P_j，每台充电机的工作效率一样且相互独立。充电桩的数量大于1。

3）电动汽车的充电时长和电池的剩余容量相关，具有一定的明显随机特征。

4）电动汽车的系统容量大于电动汽车的充电桩数目。

5）充电站的服务能力是固定的，一般都是给固定区域的电动汽车充电。当充电站没有充电的地方，电动汽车可以选择排队等待直到完成充电服务，也可以直接寻找其他充电站接受服务。

4.3　仿真结果及分析

区域内电动汽车充电站的数量为10；服务的电动汽车数量为200辆；不同充电站对应的充电桩数目不同，在[3,12]之间随机取值；电动汽车到充电站最大的里程设置为10 km；充电站对应的系统容量设置为充电桩的数目；电动汽车剩余电量的百分比在[0,1]内随机取值。

（1）仿真结果1

当参数λ=1、u=1时输出的结果。

本文选择第一个充电站进行分析。电动汽车到达充电站的时间间隔满足λ=1的负指数分布，电动汽车用户的充电时间满足参数u=1的指数分布。主要从电动汽车用户行驶到充电站的到达时间、电动汽车用户接受充电服务的时间、电动汽车排队等待的时间和电动汽车离开充电站的时间来研究电动汽车的时间里程成本问题。

对于第一个充电站来说，区域内电动汽车一般都会选择离用户相对较近的地方进行充电。从整体变化的趋势来看，电动汽车用户的到达时间随着电动汽车数量增加而增加。因为随着电动汽车数量的增大拥挤度就会增加，用户在路上的行驶时间也会增加。电动汽车到达充电站的时间随电动汽车的变化如图4所示。由图知，电动汽车数量在区间[0,20]内变化时，到达时间整体呈线性趋

势。在区间[50,70]时，电动汽车的到达时间产生微小的变化，此时已经产生了拥挤。

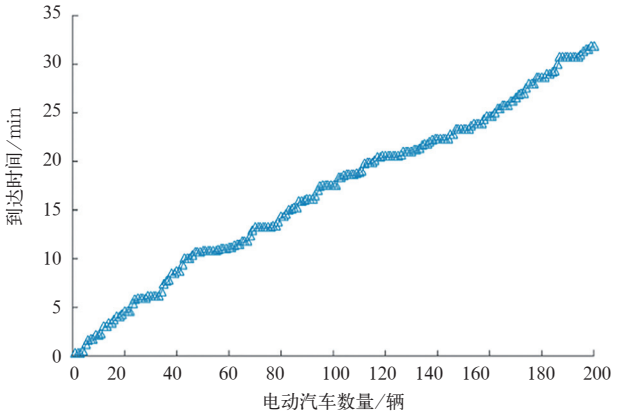

图4 电动汽车到达充电站的时间随电动汽车的变化

电动汽车充电服务时间与电动汽车的数量变化没有明显的规律，电动汽车的充电服务时间与电动汽车的起始荷电状态相关。电动汽车服务时间随电动汽车数量的变化如图5所示。大部分电动汽车的充电时间在3 min以下。对于大部分电动汽车来说,其出行满足日常的生活规律。少部分电动汽车用户的充电时间超过4 min。电动汽车的充电服务时间较长，首先说明在进入充电站之前电动汽车的电池电量比较低，原因可能是行驶的时间比较长，也有可能在前一天满足用户需求的前提下用户并没有选择充电。电动汽车的充电服务时间比较短，电动汽车用户的起始荷电状态比较高。电动汽车前期已经充好电，不需要进行充电，充电服务时间为0。

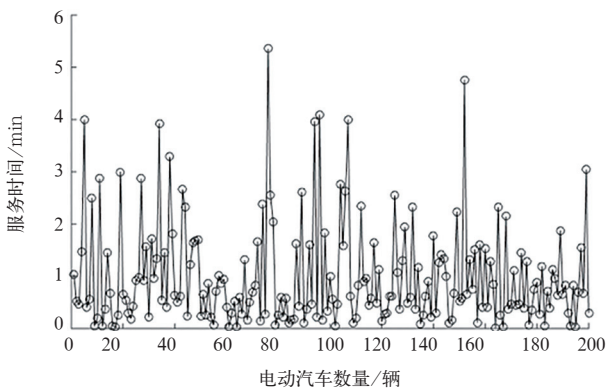

图5 电动汽车服务时间随电动汽车数量的变化

电动汽车等待时间随电动汽车数量的变化如图6所示。对于前20辆电动汽车的等待时间为0，

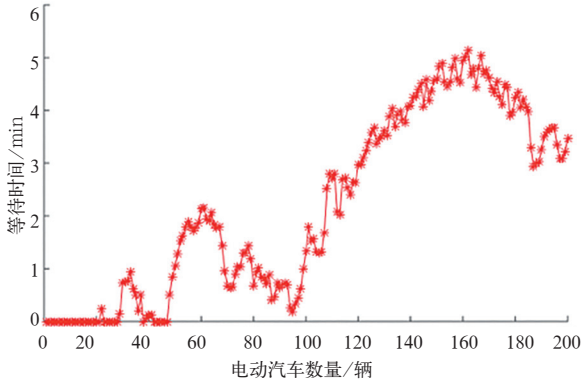

图6 电动汽车等待时间随电动汽车数量的变化

说明此时电动汽车选择距离比较近的充电站进行充电，电动汽车的数量在[140,160]范围时，等待时间比较长，充电站内已经没有多余的空位，电动汽车用户需要排队等待。随着排队等待充电的电动汽车增加，后面增加的电动汽车用户排队时间就会更长。在等待时间长的情况下，部分电动汽车可能会放弃充电直接离开，或者选择其他充电站进行充电。[180,200]电动汽车用户的等待时间下降与站内电动汽车用户的荷电状态有关，充电的电动汽车用户荷电状态比较高，充电的时间比较短，后面用户排队等待的时间就会下降。

电动汽车队列长度随电动汽车数量的变化如图7所示。在[0,20]电动汽车进站直接充电不需要排队等待，充电站内没有多余的充电桩时，电动汽车需要排队等待，电动汽车的队列长度随着电动汽车数量的增加而增加。在[75,85]电动汽车排队长度下降，部分电动汽车离开，选择其他充电站进行充电。在[100,150]电动汽车的排队长度整体趋势增加，对于电动汽车用户并没有紧急的事情而选择愿意等待，如果选择其他充电站进行充电，会增加电动汽车的里程成本。

电动汽车的离开时间随着电动汽车数量的增加整体也存在增加的趋势，具体如图8所示。电动汽车的离开时间是电动汽车到达充电站时间、排队等待时间和充电时间之和。电动汽车充电时，前面排队人数越多，需要等待的时间就会越长，会出现个别用户放弃充电的现象，也有少部分用户选择离开进一步寻找其他充电站进行充电。

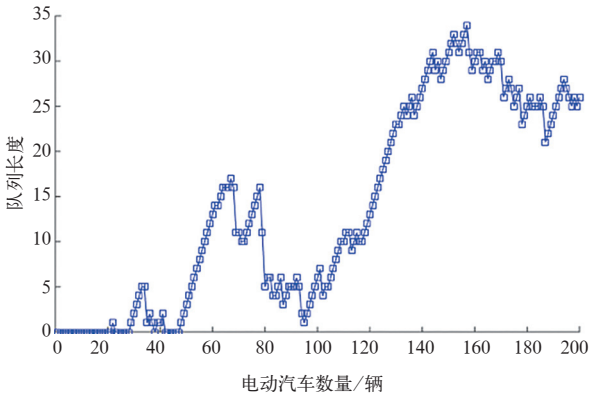

图7 电动汽车队列长度随电动汽车数量的变化

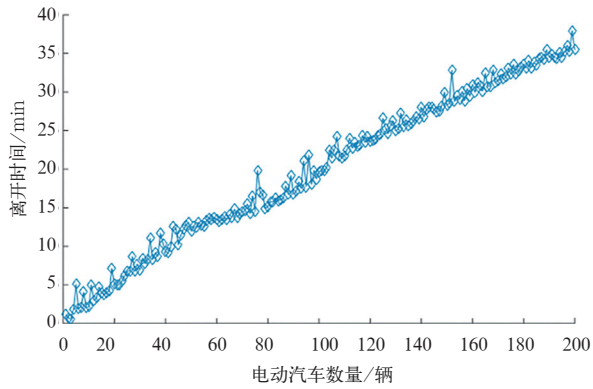

图8 电动汽车离开时间随电动汽车的变化

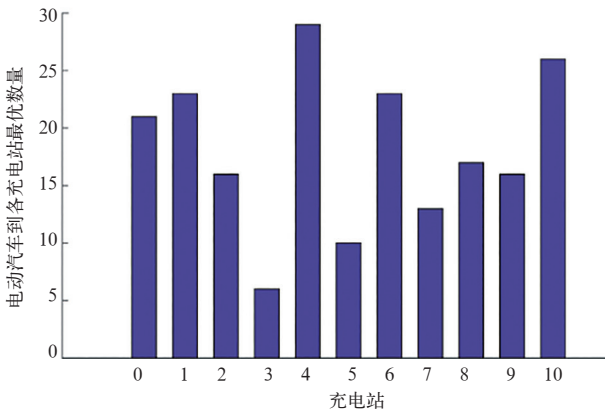

图9 电动汽车到各个充电站的最优数量

建立的数学模型是依据时间成本和里程成本来选择最经济的路径，求取时间成本和里程成本之和最小。该模型作为电动汽车选择充电站的理论依据，电动汽车用户到达充电站的数量不同，充电站序号为0说明电动汽车用户不需要进行充电，或者电动汽车用户在前一天已经充好电，电动汽车用户的荷电状态可以满足电动汽车用户当前的需求。电动汽车到各个充电站的最优数量如图9所示。由图9可知，选择充电站3的数量最少，最优的充电车辆数值为5辆；选择充电站4的数量最多，接近30。选择充电站的成本因素可以直接影响到电动汽车用户的决策，电动汽车根据经济成本选择最合适的充电站进行充电。

电动汽车用户选择各个充电站进行充电的百分比如图10所示。4号充电站被选择的概率近15%，3号电动汽车充电站被选择的概率仅为3%，1号、6号和10号与3号、5号相比，被选择的概率更大。电动汽车用户根据成本来，决策如何选择充电站，对于电动汽车用户个体来说，经济成本比较低，充电站被选择的概率就会比较大。

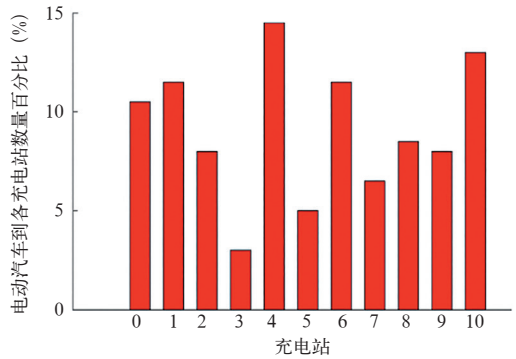

图10 电动汽车到各充电站数量百分比

（2）仿真结果2

根据公式约束条件$\lambda/P_j<1$，取值u为1时，P_j的取值大于3。λ的取值范围小于3时对$\lambda=2$的情况进一步仿真。电动汽车到达充电站的时间间隔满足$\lambda=2$的负指数分布，电动汽车用户的充电时间满足参数$u=1$的指数分布。

当参数$\lambda=2$、$u=1$时输出的结果如图11、图12所示。

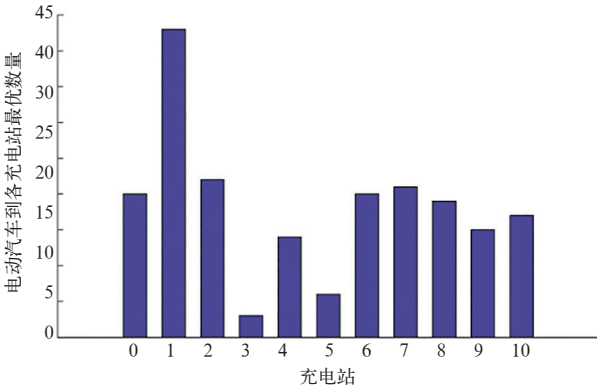

图11 电动汽车到各个充电站的最优数量

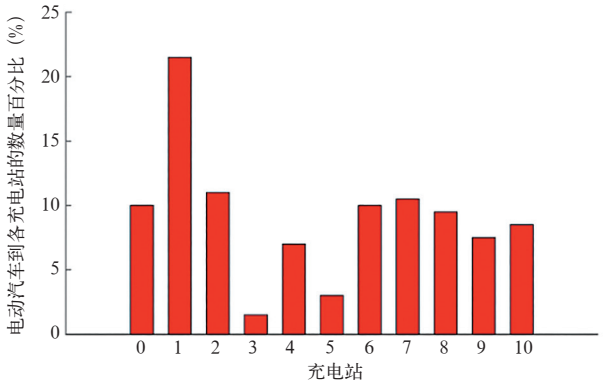

图12 电动汽车到各充电站数量百分比

充电桩数值为8时，不同电动汽车数量下各充电站电动汽车最优数量如图13所示。

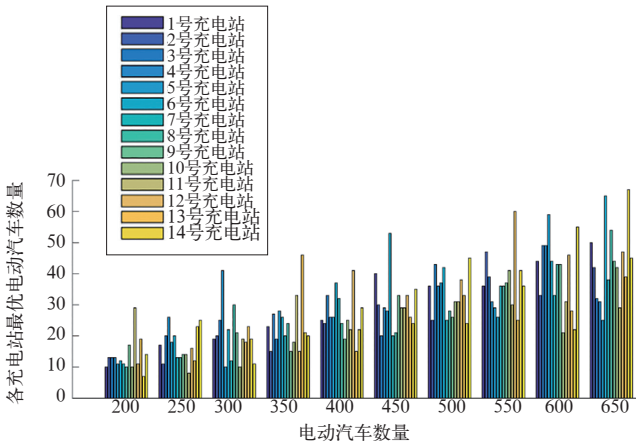

图13 电动汽车数量不同

随着电动汽车数量的增加，不同充电站的电动汽车最优数量也会增加。当区域内电动汽车超过一定的数量时，区域内的固有充电站不能满足电动汽车的充电需求。1号充电站在电动汽车数量由200辆增加到450辆时，电动汽车最优数量呈增加的趋势，后期呈减少的趋势，说明原本选择1号充电站的电动汽车用户开始向其他充电站转移，前期2号充电站并没有受到电动汽车数量增加的影响，后期电动汽车充电站最优数目增加。电动汽车充电站的最优数量实现各个充电站的相互转移，电动汽车数量增加的同时，对于不同的充电站系统的评价指标会增大，充电站的服务质量会下降，效率也会降低。

（3）仿真结果3

电动汽车的数量不变，充电站数量不断增加，各个充电站的最优充电数量下降。仿真结果如图14所示。在经济成本可以被用户接受的前提下，电动汽车用户向其他充电站转移。电动汽车排队等待时间下降，从区域的整体来看，随着充电站数目的增加，会减小电动汽车用户的里程成本，电动汽车的服务质量效率也会得到提高，需要增加基础设施投资的成本。

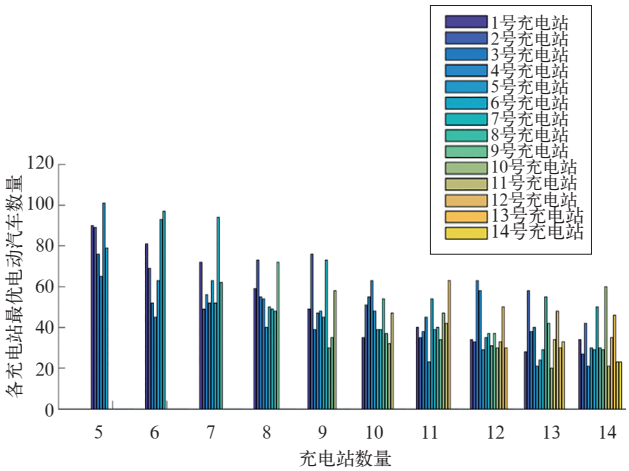

图14 电动汽车充电站数目不同

（4）仿真结果4

充电站内充电桩数量的增加，对小部分电动汽车用户没有影响。充电站1的最优充电桩数量向充电站2和充电站3少部分转移，减小了充电站1的压力。充电站8、充电站9和充电站10没受到太多影响。充电站5、充电站6和充电站7内最优电动汽车数量变化量相对比较小。仿真结果如图15所示。

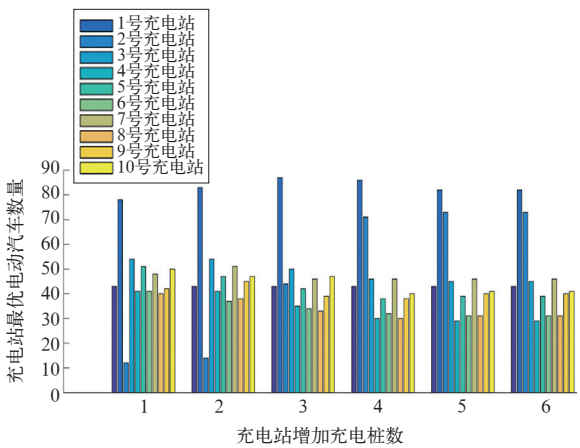

图15 充电桩数目不同

5 结束语

本文将排队论数学模型引入电动汽车用户选择充电站具有一定的实际意义，可以帮助电动汽

车的用户选择最佳的充电路线。首先搭建电动汽车用户与电动汽车充电站信息交互平台，分别确定电动汽车到达充电站的时间成本和里程成本。确定单目标函数去寻找确定的充电站，从而确定最经济的途径。

通过搭建信息交互平台，区域内电动汽车的用户根据时间成本和里程成本确定选择最佳充电站。在对时间成本求解的模型中引入了经典的排队论，电动汽车选择不同充电站，对应着不同的到达时间、排队等待时间和充电站的服务时间。通过对时间成本的计算进行归一化处理，确定无量纲的时间成本。电动汽车用户选择不同的充电站，对应不同的里程，电动汽车行驶过程中会消耗一定的电量，本文将消耗的电量折算到充电服务的时间成本中。基于时间成本和里程成本，同时考虑到电动汽车用户和区域内充电站两方面建立最小经济成本函数。通过对数学模型的仿真，得到不同充电站的最优电动汽车的数量。充电站最优电动汽车数量越大，里程成本和时间成本确定的经济成本就越低，可以为电动汽车用户提供指导。通过仿真进一步对时间成本中的电动汽车到达时间、充电服务时间和排队等待时间进行深入分析。并对电动汽车数目不同、充电站数目不同和充电桩数目不同三种情况进行仿真，求解不同情况下充电站的最优数目。

依据时间成本和里程成本确定经济成本，通过求解成本的最小值统计不同充电站内最优电动汽车充电数量。最优充电数量多说明该充电站容易被电动汽车用户选择；最优充电数量少说明电动汽车用户花费的经济成本比较高，不容易被选择。该模型为电动汽车用户提供了选择充电路径的参考方案，具有一定的实用价值。电动汽车用户也需要根据实际情况作出判断，合理地选择充电站。

参考文献

[1] 冯培磊，董治全，徐天奇，等．电动汽车入网控制策略研究综述[J]．电气技术，2017(12)：8-14，18．

[2] 张维戈，陈连福，黄彧，等．M/G/k排队模型在电动出租汽车充电站排队系统中的应用[J]．电网技术，2015，39(3)：724-729．

[3] 朱成军．纯电动汽车充电桩的数量优化[J]．北京汽车，2017(4)：4-6，26，34．

[4] 张帝，姜久春，张维戈，等．电动出租车充电桩优化配置[J]．电工技术学报，2015，30(18)：181-188．

[5] 麻秀范，李颖，王皓，等．基于电动汽车出行随机模拟的充电桩需求研究[J]．电工技术学报，2017，32(增刊2)：190-202．

[6] 陈文锋．基于排队论的城区内电动汽车充电站选址定容问题研究[J]．物流工程与管理，2016，38(7)：189-191．

[7] 李如琦，苏浩益．基于排队论的电动汽车充电设施优化配置[J]．电力系统自动化，2011，35(14)：58-61．

[8] 李建军，刘力维，黄振生．基于排队模型的电动汽车充电桩数量优化设计[J]．数学的实践与认识，2017，47(9)：212-218．

[9] 葛少云，冯亮，刘洪，等．考虑车流信息与配电网络容量约束的充电站规划[J]．电网技术，2013，37(3)：582-589．

[10] 周雪会，王希平．考虑顾客满意度的电动汽车充电桩规划策略[J]．可再生能源，2017，35(6)：933-939．

[11] 牛利勇，张帝，王晓峰，等．基于自适应变异粒子群算法的电动出租车充电引导[J]．电网技术，2015，39(1)：63-68．

[12] 李厚朋．输入率为幂函数且不耐烦顾客离开强度为一次函数的M/M/C/N排队模型[D]．重庆：重庆师范大学，2014．

[13] 李松．多服务窗混合制M/M/C/N排队模型研究[D]．重庆：重庆师范大学，2013．

[14] 李颖．基于电动汽车出行随机模拟的充电桩需求研究[D]．北京：华北电力大学，2017．

（收稿日期：2015－11－03）EA