

公式法计算夹具定位误差的前提条件

郝龙

天津理工大学中环信息学院 天津 300380

摘要：针对公式法计算机床夹具定位误差出现的问题，通过案例分析，总结提出了公式法应用的前提条件——误差关联与影响单一，并进行了相应的解释和说明，除此之外，还在“定位误差分析思路”等问题上提出了观点。对于改进定位方式，指导生产具有实际意义。

关键词：机床夹具；定位误差；误差计算

1 序言

机床夹具定位误差的理论计算方法主要包括公式法（合成法）、极限法（定义法）、几何法（图形法）和微分法等，其中公式法应用最为普遍，虽不同资料中叫法略有差别，但原理相同，即 $\Delta_{DW} = \Delta_{WZ} \pm \Delta_{BC}$ （以下简称“基本公式”），其中 Δ_{DW} 代表夹具定位误差， Δ_{WZ} 代表基准位移误差， Δ_{BC} 代表基准不重合误差。本文的研究范围限于应用公式法求解定位误差。

2 问题的提出

公式法计算定位误差的思路是：先分析出定位误差的两个组成部分，即 Δ_{BC} 和 Δ_{WZ} ，然后根据二者的综合影响将二者进行合并，当二者对 Δ_{DW} 的影响趋势相同时，基本公式取“加号”，反之取“减号”。但在实际的定位设计中，笔者发现以上思路在求解 Δ_{DW} 时存在一定问题，如例1。

例1：在工件顶部铣槽，铣去尺寸的标注方法有 H_1 、 H_2 、 H_3 3种，如图1所示，工件以内孔中心线作为定位基准，内孔与心轴指定边接触（如心轴水平放置），所选用的定位心轴直径尺寸为 d_{1-Td1}^0 ，假设工件内孔与定位心轴最小间隙为0（即 $D = d_1$ ），忽略几何误差，试分析定位误差。

例题分析：该例题3种标注方式下 Δ_{WZ} 相同， $\Delta_{WZ} = (TD + Td_1) / 2$ ； H_1 方式下不存在 Δ_{BC} ， H_2 方式下 $\Delta_{BC} = TD/2$ ， H_3 方式下 $\Delta_{BC} = Td/2$ 。

H_3 方式下， Δ_{WZ} 使 H_3 增大， Δ_{BC} 使 H_3 减小，即 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 对 Δ_{DW} 的影响趋势相反，故基本公式取“减号”， $\Delta_{DW} = (TD + Td_1) / 2 - Td/2$ 。

但是按照定位误差的定义“由定位造成的工序基准在加工尺寸方向的最大变动量”来看， $\Delta_{DW} = H_{3MAX} - H_{3MIN}$ ，其中 $H_{3MAX} = H_3 + (TD + Td_1) / 2$ ， $H_{3MIN} = H_3 - Td/2$ ，故 $\Delta_{DW} = (TD + Td_1) / 2 + Td/2$ 。

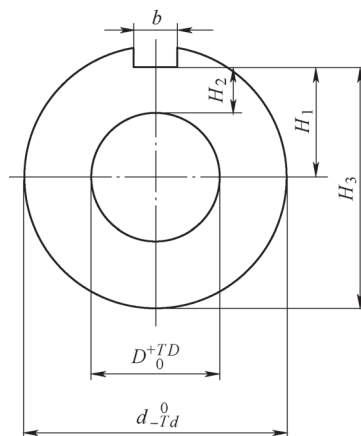


图1 以内孔定位时工件顶部铣槽的尺寸关系

两种方法得到了不同的计算结果。根据定义算出的结果应该是正确的，除非重新界定定位误差的定义。那么上述公式法的应用必然存在问题。

3 问题的分析

例1中应用公式法求解定位误差是存在问题的，但并不是任何情况下应用公式法都是错误的，这说

明公式法的应用是有前提条件的。

笔者查阅了上百部相关的资料或手册，表1罗列了其中的50份资料，其中8份资料采用非公式法，采用公式法的42份资料中，27份资料对公式法的使用条件没有任何说明，另外15份资料虽有说明但说法并不统一。笔者分析后，将15份资料中的说法汇总成一条（简称为“条件一”），具体如下。

若 Δ_{BC} 或 Δ_{WZ} 只存在一种，则 Δ_{DW} 即为存在的 Δ_{BC} 或 Δ_{WZ} 。

若 Δ_{BC} 和 Δ_{WZ} 均存在，则当定位基面与设计基准不重合时或定位基面与设计基准重合且 Δ_{BC} 、 Δ_{WZ} 对 Δ_{DW} 的影响趋势相同时，基本公式中取“加号”；当定位基面与设计基准重合且 Δ_{BC} 、 Δ_{WZ} 对 Δ_{DW} 的影响趋势相反时，基本公式中取“减号”。

“条件一”说明了例1在 H_3 方式下应用公式法

计算错误的原因， H_3 方式下设计基准在外圆表面，定位基面为内孔表面，二者不重合，所以基本公式中应直接取“加号”而不能分析 Δ_{BC} 和 Δ_{WZ} 的影响趋势，不能分析的原因后文中解释。

“条件一”虽然给出了例1在 H_3 方式下应用公式法计算错误的原因，但仍然有一些情况无法涵盖，如将例1中的指定边接触（心轴水平）改为任意边接触（心轴竖直），改动后的例子称为例2。例2在 H_2 方式下， $\Delta_{WZ}=TD+Td_1$ 、 $\Delta_{BC}=Td/2$ ， Δ_{BC} 和 Δ_{WZ} 均存在且定位基面与设计基准重合，遵照“条件一”， $\Delta_{DW}=\Delta_{WZ}\pm\Delta_{BC}$ ，但按照定义法求解， $\Delta_{DW}=H_{2MAX}-H_{2MIN}$ ，其中 $H_{2MAX}=H_2+Td_1/2$ ， $H_{2MIN}=H_2-TD-Td_1/2$ ，故 $\Delta_{DW}=TD+Td_1\neq\Delta_{WZ}\pm\Delta_{BC}$ 。此时公式法与定义法的计算结果又出现了不同。

表1 资料中定位误差的相关解释或说明

序号	书名	ISBN号	说明	序号	书名	ISBN号	说明
1	机械制造装备设计	9787301238691	概率法	26	装备零件制造与再制造加工技术	9787118068382	公式法、无条件； 极限法
2	机械制造工艺学	9787302221562	极限法	27	机械制造工艺学	9787560300870	公式法、无条件； 极限法
3	现代制造技术基础	9787040245554	微分法	28	机械制造技术基础	9787560328003	公式法、无条件； 极限法
4	机械制造技术	9787564029333	几何法	29	机械制造工程学	9787560626376	公式法、无条件； 极限法
5	制造工程与技术原理	9787302200574	几何法	30	机械制造工艺学	9787566105448	公式法、无条件； 极限法
6	机械制造技术基础	9787121053368	几何法	31	机械制造工艺与装备	9787560331751	公式法、无条件； 极限法；微分法
7	机械制造装备设计	9787111480884	几何法	32	机械制造技术基础	9787030278722	公式法、无条件
8	机械制造工艺学	9787111409540	几何法；微分法	33	机械制造装备设计	9787040236149	公式法、无条件
9	现代制造技术基础	9787313116291	公式法、有条件； 极限法	34	机械制造工程学	9787111265153	公式法、无条件
10	机械制造技术基础	9787302218296	公式法、有条件； 极限法；微分法	35	机械制造技术基础	9787111291855	公式法、无条件
11	机械制造技术基础	9787040261387	公式法、有条件	36	机械制造技术	9787111338062	公式法、无条件
12	机械制造装备设计	9787040295399	公式法、有条件	37	机械制造工艺学	9787111367500	公式法、无条件
13	机械制造技术基础	9787111342250	公式法、有条件	38	机械制造技术	9787111397830	公式法、无条件
14	机械制造技术基础	9787111468905	公式法、有条件	39	机械制造技术基础	9787118081077	公式法、无条件
15	制造技术基础	9787118071504	公式法、有条件	40	机械制造工程学基础	9787118093551	公式法、无条件
16	机械制造技术基础	9787302275961	公式法、有条件	41	机械制造技术基础	9787121042409	公式法、无条件
17	机械制造工艺学原理 与技术研究	9787517017486	公式法、有条件	42	现代制造工艺学	9787121168369	公式法、无条件
18	机械制造技术基础	9787560986753	公式法、有条件	43	机械制造技术	9787121204449	公式法、无条件
19	机械制造技术	9787564012755	公式法、有条件	44	机械制造技术基础	9787302376958	公式法、无条件
20	机械制造应用技术	9787564026202	公式法、有条件	45	机械制造技术	9787307115316	公式法、无条件
21	机械制造工艺学	9787564034597	公式法、有条件	46	机械制造技术	9787512400153	公式法、无条件
22	机械制造技术	9787564095581	公式法、有条件	47	机械制造技术基础	9787560939735	公式法、无条件
23	机械制造装备基础	9787568006811	公式法、有条件	48	机械制造工艺学	9787560996912	公式法、无条件
24	机械制造技术基础	9787040315226	公式法、无条件； 极限法	49	机械制造技术基础	9787562931683	公式法、无条件
25	机械制造技术基础	9787111071549	公式法、无条件； 极限法	50	机械制造工艺与夹具	9787564026073	公式法、无条件

可见,依据“条件一”来应用公式法仍然存在一定问题。经分析研究,笔者在“条件一”的基础上,提出了公式法应用的前提,总结为两点:一是误差关联,二是影响单一,只有同时满足这两个条件,应用公式法计算定位误差才是合适的。

1) 误差关联。“误差关联”是任小中等几位学者讨论误差计算方法时提出的概念,但是几位学者并未对这一概念做充分说明,这里详细解释下“误差关联”。

“条件一”合并 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 时是分两种情况讨论的,即判断定位基面与设计基准是否重合,这个判断的过程本质上就是确定“误差关联”的过程。定位基面与定位基准不重合而与设计基准重合,则定位基面相对于定位基准的尺寸变化直接导致了定位基准相对于设计基准的变化,即定位误差的产生,这个误差就是 Δ_{BC} ;另一方面定位基面的变化又使得定位基面与限位基面间产生间隙,这一间隙则是 Δ_{WZ} 产生的根本原因。故定位基面与定位基准不重合而与设计基准重合时,定位基面发生变化,同时产生了 Δ_{BC} 和 Δ_{WZ} ,两个误差是由同一因素产生的,即两个误差关联;定位基面与定位基准不重合且与设计基准不重合时,定位基面的变化不会导致 Δ_{BC} ,只会产生 Δ_{WZ} , Δ_{BC} 是另有原因造成的,两个误差不是由同一因素产生的,即两个误差不关联。

“条件一”明确了误差是否关联时的 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 合并方法。若误差关联,则 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 同时存在, Δ_{DW} 所能达到的最大值是 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 合并之后所能达到的最大值,合并的方法则看 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 的影响趋势是否相同。若误差不关联,则 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 分别存在,二者相互抵消(相减)后的值一定不是最大值,即基本公式不取减号,所以在误差不关联时,不能分析 Δ_{WZ} 和 Δ_{BC} 的影响趋势,因为分析的结果有一半的可能是错的。

2) 影响单一。例2已经证明只判断误差是否关联的“条件一”不足以涵盖所有情况,“条件一”只说明了基本公式成立时符号如何选择,没有说明基本公式何时成立,要判断基本公式何时成立还需“影响单一”这一条件。

例2在 H_2 方式下, $\Delta_{WZ}=TD+Td_1$ 、 $\Delta_{BC}=TD/2$, Δ_{WZ} 与 Δ_{BC} 误差关联,本应将 Δ_{WZ} 与 Δ_{BC} 进

行加减合并,但由于任意边接触, Δ_{WZ} 对于 H_2 的影响不明确,即 Δ_{WZ} “影响不单一,”因此无法判断 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 的相互关系,即虽然 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 关联,但具体是何种联系无法明确,基本公式中的加减号无法确定,因此并不适合应用公式法进行计算,所以“影响单一”是公式法成立的必要不充分条件。

4 说明与建议

另有3个问题需要说明。

1) “定位基面与定位基准不重合而与设计基准重合”并非误差关联的唯一情况。

“定位基面与定位基准不重合而与设计基准重合”只是误差关联的一种常见情况,并非是唯一条件, Δ_{WZ} 与 Δ_{BC} 二者由同一误差因素引起才是误差关联的本质,“条件一”的描述并不全面。

2) 不满足“误差关联和影响单一”的情况,并不是完全不能应用公式法进行设计计算。

公式法只是“不适合”应用在“误差不关联或影响不单一”的情况,在大量的分析基础上,一些“误差不关联或影响不单一”的情况,仍然可以用公式法灵活计算,但是这样的分析需要设计者对定位误差的本质、来源和影响有深入的理解并具有一定的理论分析能力,此时应用公式法会使分析复杂化。

3) 用极限法或者其他方法完全取代公式法,以避免计算 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 并不可行。

虽然明确公式法的应用条件会使公式法在一定程度上复杂化,但却可以消除设计者对公式法的误解,降低错误发生的概率,在多数情况下,公式法仍然是最简单的方法,除此之外公式法还是唯一从误差来源、误差本质方面进行分析的方法,设计者可通过控制 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 来调整定位方案,更有利于进行夹具的设计和改进。另外,其他方法有时也需计算 Δ_{WZ} 和 Δ_{BC} ,如在极限法中就经常需要依据 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 的发生情况来判断极限状态,所以完全避免计算 Δ_{WZ} 、 Δ_{BC} 是不现实的。

公式法求解 Δ_{DW} 是有前提条件的,但目前资料多数未有提及,少数虽有说明但条件不够充分也未给出明确解释,尤其是只介绍公式法的资料,没有对比公式法和其他方法,更是可能误导设计者,使其误以为公式法是万能的、是任何条件下都能使用(下转第54页)

$$K'_A = K_j \times A \approx 4 \times 10^6 \text{ (N/mm)}$$

为提高仿真分析时的收敛性，每个接触面采用4个弹簧单元来进行模拟，这样每个弹簧单元的刚度系数 K_1 为：

$$K_1 = K'_A / 4 = 1 \times 10^6 \text{ (N/mm)}$$

该 K_1 值即为在ANSYS Workbench软件平台进行仿真分析时所建立的弹簧单元的刚度系数值。采用该值进行分析计算的静、动态分析数据结果即为以上结合面条件④时的分析结果。从文中关于机床的性能分析结果数据对比来看，该结合面的刚度状态还是较好的。

5 结束语

通过本文中案例机床的分析研究，发现以下结论。

1) 立柱与滑块间结合面刚度的大小对机床整机X方向和床身变形的影响不大。

2) 该结合面刚度大小对整机Y方向、Z方向及立柱的变形影响较大。若用主轴前端的整机静刚度值来衡量，结合面刚度较大与较小时相比，二者相差约1倍。

(上接第49页)

的，造成了分析困难或设计错误。因此，笔者有以下几点建议。

1) 相关资料、标准或手册在编写修订时，除介绍公式法外，增加极限法或其他方法求解定位误差的内容，介绍不同方法的区别与特点，相互对比，加深设计者对于定位误差本质的理解。

2) 相关资料在描述定位误差计算方法时若只介绍公式法，一定说明其应用的前提条件，即“误差关联和影响单一”，具体如下所述。

若 Δ_{BC} 或 Δ_{WZ} 只存在一种，则 Δ_{DW} 即为存在的 Δ_{BC} 或 Δ_{WZ} 。

若 Δ_{BC} 和 Δ_{WZ} 均存在，则当“误差关联和影响单一”时 $\Delta_{DW} = \Delta_{WZ} \pm \Delta_{BC}$ 成立，公式中符号按 Δ_{BC} 和 Δ_{WZ} 影响趋势判定；反之，建议尝试其他方法进行计算。

3) 由于公式法前提条件的进一步明确，建议改变原有的定位误差分析步骤。“分析计算 Δ_{WZ} 和 Δ_{BC} 、判断公式法使用条件、选择合适方法进行计算”这一分析思路更为合理。在新的分析思路下，无论后续采用何种方法，都需要先进行 Δ_{WZ} 和 Δ_{BC} 的分析计算，这样可以使设计者掌握误差的来源和

3) 以上结合面刚度大小对立柱在前后方向上的振动模态频率值影响最大，约为27%。

4) 由此可见，结合面刚度的大小对机床的静、动态性能都有较大的影响，机床设计和制造中必须重视结合面刚度的问题。

5) 最后笔者在参阅相关资料文献后，总结出了一种粗略计算固定结合面刚度的方法，可满足工程上快速计算的需求，有一定的实际意义。

参考文献：

- [1] 张曙. 机床产品创新与设计[M]. 南京：东南大学出版社，2014.
- [2] 杨橹，唐恒龄，廖伯瑜. 机床动力学（II）[M]. 北京：机械工业出版社，1983.
- [3] 戴曙. 金属切削机床[M]. 北京：机械工业出版社，2010.
- [4] 张岩. ANSYS Workbench 15.0有限元分析从入门到精通[M]. 北京：机械工业出版社，2014.
- [5] 夏广岚，冯凭. 金属切削机床[M]. 北京：北京大学出版社，2008.

MW 20201028

影响，及时调整设计方案，依据分析结果选择最合适的计算方法，避免了计算错误和重复计算，兼顾了效率与准确性。

5 结束语

本文证明了公式法求解定位误差存在前提条件，笔者查阅了大量资料后，在前人的研究基础上将该前提条件总结为“误差关联、影响单一”，并给出了相应的理论解释和说明；最后针对公式法应用中的一些问题，笔者提出了相应的建议。本研究对于准确应用公式法计算夹具定位误差，指导定位设计具有重要意义。

参考文献：

- [1] 李旦. 机械制造工艺学试题精选与答题技巧[M]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2014：19-20.
- [2] 李庆余，孟广耀，岳明君. 机械制造装备设计[M]. 北京：机械工业出版社，2018：228-229.
- [3] 王先逵. 机械制造工艺学[M]. 北京：机械工业出版社，2016：106-107.
- [4] 任小中，任乃飞，王红军. 机械制造技术基础[M]. 北京：机械工业出版社，2014：226-227.

MW 20201106