[电力谐波]

谐波、间谐波对功率影响的分析

文/南京国电南自自动化有限公司　李培宜　孙　攀　陈贻骜　田　凯

从电力系统基波功率计算出发，利用公式推导分析了谐波、间谐波对功率计算的影响，并进行了MATLAB验证。对利用功率进行谐波、间谐波的监测有指导意义。

谐波、间谐波对电网的污染已经引起了广泛的关注。目前的研究大多集中在谐波、间谐波的检测方法上，常用的是FFT及其优化算法。关于谐波、间谐波对功率的影响的研究比较少。

本文分析了谐波、间谐波对功率的影响，可加深对谐波、间谐波及其危害的理解，同时对利用功率监测谐波、间谐波有指导意义。

电流叠加谐波（间谐波）对功率的影响

1. 基波功率

我国电力系统的额定频率为50 Hz，三相电压电流表达式如下

$$U_A=\sqrt{2}U\cos(\omega t) \tag{1}$$

$$U_B=\sqrt{2}U\cos(\omega t-\frac{2}{3}\pi) \tag{2}$$

$$U_C=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\frac{2}{3}\pi) \tag{3}$$

$$I_A=\sqrt{2}I\cos(\omega t) \tag{4}$$

$$I_B=\sqrt{2}I\cos(\omega t-\frac{2}{3}\pi) \tag{5}$$

$$I_C=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\frac{2}{3}\pi) \tag{6}$$

为简化推导过程，A相初始相角为0。

三相基波瞬时功率计算如下

$$\begin{aligned}P&=U_AI_A+U_BI_B+U_CI_C\\&=2UI\left[\frac{1}{2}(\cos(2\omega t)+\cos(2\omega t+\frac{4}{3}\pi)+\cos(2\omega t-\frac{4}{3}\pi)+3)\right]\\&=2UI\left[\frac{3}{2}+\cos(2\omega t)-\cos(2\omega t)\right]=3UI\end{aligned} \tag{7}$$

2. 电流叠加三相相角一致谐波（间谐波）

叠加三相相角一致谐波（间谐波）的三相电流表达式如下

$$I_A=\sqrt{2}I\cos(\omega t)+\sqrt{2}I_d\cos(\omega_d t) \tag{8}$$

$$I_B=\sqrt{2}I\cos(\omega t-\frac{2}{3}\pi)+\sqrt{2}I_d\cos(\omega_d t) \tag{9}$$

$$I_C=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\frac{2}{3}\pi)+\sqrt{2}I_d\cos(\omega_d t) \tag{10}$$

式中，I_d、ω_d为谐波（间谐波）的有效值和角速度。为简化推导过程，谐波（间谐波）三相初始相角都为0。

叠加三相相角一致谐波（间谐波）电流的三相瞬时功率计算如下

$$\begin{aligned}P&=3UI+2UI_d\left[\begin{array}{l}\cos(\omega t)\cos(\omega_d t)+\cos(\omega t-\frac{2\pi}{3})\cos(\omega_d t)+\\\cos(\omega t+\frac{2\pi}{3})\cos(\omega_d t)\end{array}\right]\\&=3UI\end{aligned} \tag{11}$$

3. 电流叠加三相相角对称谐波（间谐波）

叠加三相相角对称谐波（间谐波）的三相电流表达式如下

$$I_A=\sqrt{2}I\cos(\omega t)+\sqrt{2}I_d\cos(\omega_d t) \tag{12}$$

$$I_B=\sqrt{2}I\cos(\omega t-\frac{2}{3}\pi)+\sqrt{2}I_d\cos(\omega_d t-\frac{2}{3}\pi) \tag{13}$$

$$I_C=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\frac{2}{3}\pi)+\sqrt{2}I_d\cos(\omega_d t+\frac{2}{3}\pi) \tag{14}$$

为简化推导过程，A相初始相角为0。

叠加三相相角对称的谐波（间谐波）电流的三

相瞬时功率计算式如下

$$P=3UI+2UI_{\mathrm{d}}\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}(\cos(\omega t+\omega_{\mathrm{d}}t)+2\cos(\omega t+\omega_{\mathrm{d}}t)+\cos\frac{4\pi}{3}+\\3\cos(\omega t-\omega_{\mathrm{d}}t)\end{array}\right]$$
$$=3UI+3UI_{\mathrm{d}}\cos((\omega-\omega_{\mathrm{d}})t) \quad (15)$$

电压、电流叠加谐波（间谐波）对功率的影响

1. 电压、电流叠加三相相角一致谐波（间谐波）

叠加三相相角一致谐波（间谐波）的三相电流表达式见公式（8）~（10）。叠加三相相角一致谐波（间谐波）的三相电压表达式如下

$$U_{\mathrm{A}}=\sqrt{2}U\cos(\omega t)+\sqrt{2}U_{\mathrm{d}}\cos(\omega_{\mathrm{d}}t) \quad (16)$$

$$U_{\mathrm{B}}=\sqrt{2}U\cos(\omega t-\frac{2}{3}\pi)+\sqrt{2}U_{\mathrm{d}}\cos(\omega_{\mathrm{d}}t) \quad (17)$$

$$U_{\mathrm{C}}=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\frac{2}{3}\pi)+\sqrt{2}U_{\mathrm{d}}\cos(\omega_{\mathrm{d}}t) \quad (18)$$

三相瞬时功率计算公式如下

$$P=3UI+3U_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}}+3U_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}}\cos(2\omega_{\mathrm{d}}t) \quad (19)$$

2. 电压、电流叠加三相相角对称谐波（间谐波）

叠加三相相角对称谐波（间谐波）的三相电流表达式见公式（12）~（14）。叠加三相相角对称谐波（间谐波）的三相电压表达式如下

$$U_{\mathrm{A}}=\sqrt{2}U\cos(\omega t)+\sqrt{2}U_{\mathrm{d}}\cos(\omega_{\mathrm{d}}t) \quad (20)$$

$$U_{\mathrm{B}}=\sqrt{2}U\cos(\omega t-\frac{2}{3}\pi)+\sqrt{2}U_{\mathrm{d}}\cos(\omega_{\mathrm{d}}t-\frac{2}{3}\pi) \quad (21)$$

$$U_{\mathrm{C}}=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\frac{2}{3}\pi)+\sqrt{2}U_{\mathrm{d}}\cos(\omega_{\mathrm{d}}t+\frac{2}{3}\pi) \quad (22)$$

三相瞬时功率计算公式如下

$$P=3UI+3U_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}}+(3U_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}}+3U_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}})\cos((\omega-\omega_{\mathrm{d}})t) \quad (23)$$

MATLAB验证

1. 间谐波验证

MATLAB工具中，采样率为64×50，基波频率为50 Hz，间谐波频率为10 Hz。间谐波幅值为基波幅值的10%，电压基波有效值为57.735 V，电流基波有效值为1 A。

（1）电流叠加三相相角一致间谐波

功率波形如图1所示，功率恒定为173.205 W，和理论推导值57.735×1×3一致。

（2）电流叠加三相相角对称间谐波

功率波形如图2所示，该段功率平均值为173.205 W，最大值为190.5255 W，最小值为155.8845 W。振荡功率峰值34.641和理论推导值3×57.735×0.1×2一致。

对图2的功率曲线进行频谱分析，得到振荡频率为40 Hz，和理论推导值一致。

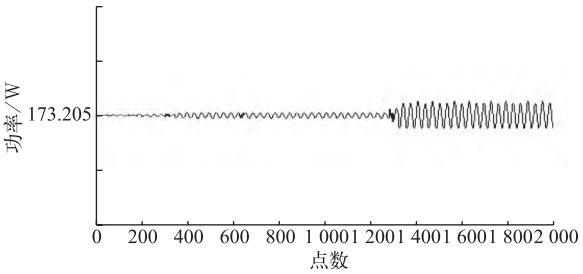

图1　叠加10 Hz电流间谐波三相相角一致功率

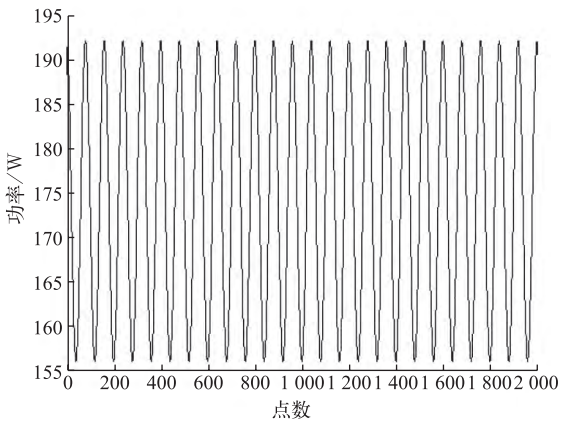

图2　叠加10 Hz电流间谐波三相相角对称功率

（3）电压、电流叠加三相相角一致间谐波

功率波形如图3所示，该段功率平均值为174.937 1 W，最大值为176.669 1 W，最小值为173.205 0 W。平均值3×57.735×1和理论推导值3×5.773 5×0.1一致，振荡功率峰值3.4641和理论推导值（3×5.773 5×0.1）×2一致。

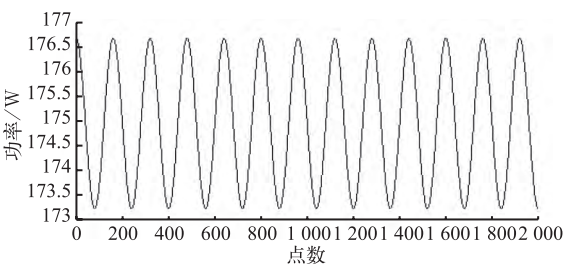

图3　电压、电流叠加10 Hz间谐波三相相角一致功率

对图3的功率曲线进行频谱分析，振荡频率为20 Hz，和理论推导值一致。

（4）电压、电流叠加三相相角对称谐波

功率波形如图4所示，该段功率平均值为

174.937 1 W，最大值为209.578 1 W，最小值为140.296 1 W。平均值3×57.735×1和理论推导值3×5.773 5×0.1一致，振荡功率峰值69.282和理论推导值（3×57.735×0.1+3×5.773 5×1）×2一致。

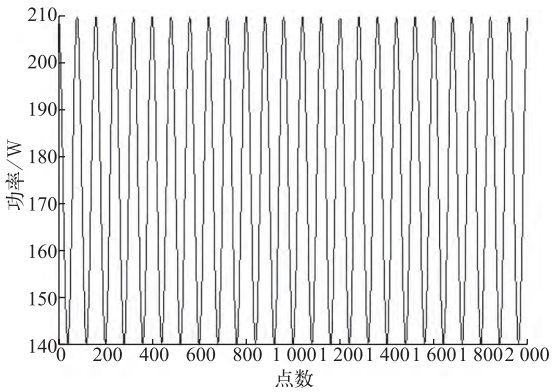

图4　电压、电流叠加10 Hz间谐波三相相角对称功率

对图4的功率曲线进行频谱分析，振荡频率为40 Hz，和理论推导值一致。

2. 谐波验证

MATLAB工具中，采样率为64×50，基波频率为50 Hz，谐波频率为100 Hz。谐波幅值为基波幅值的10%，电压基波有效值为57.735 V，电流基波有效值为1 A。

（1）电流叠加三相相角一致谐波

由功率波形分析可知，功率恒定为173.205 W，和理论推导值57.735×1×3一致。

（2）电流叠加三相相角对称谐波

由功率波形分析可知，该段功率平均值为173.205 W，最大值为190.525 5 W，最小值为155.884 5。振荡功率峰值34.641和理论推导值3×57.735×0.1×2一致。

对功率曲线进行频谱分析，得到振荡频率为50 Hz，和理论推导值一致。

（3）电压、电流叠加三相相角一致谐波

功率波形如图5所示，该段功率平均值为174.937 1 W，最大值为176.669 1 W，最小值为173.205 0 W。平均值3×57.735×1和理论推导值3×5.773 5×0.1一致，振荡功率峰值为3.464 1，和理论推导值（3×5.773 5×0.1）×2一致。

对图5的功率曲线进行频谱分析，振荡频率为200 Hz，和理论推导值一致。

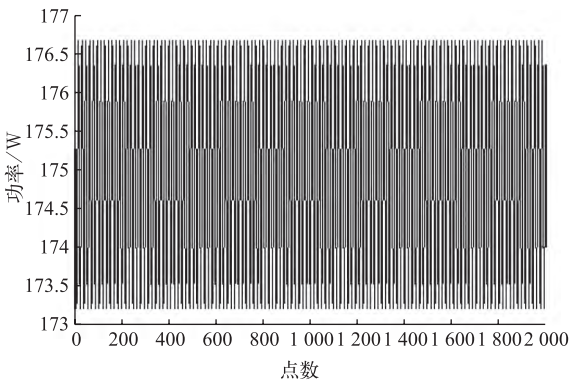

图5　电压、电流叠加100 Hz谐波三相相角一致功率

（4）电压、电流叠加三相相角对称谐波

功率波形如图6所示，该段功率平均值为174.937 1 W，最大值为209.578 1 W，最小值为140.296 0 W。平均值3×57.735×1和理论推导值3×5.773 5×0.1一致，振荡功率峰值69.282 1和理论推导值（3×57.735×0.1+3×5.773 5×1）×2一致。

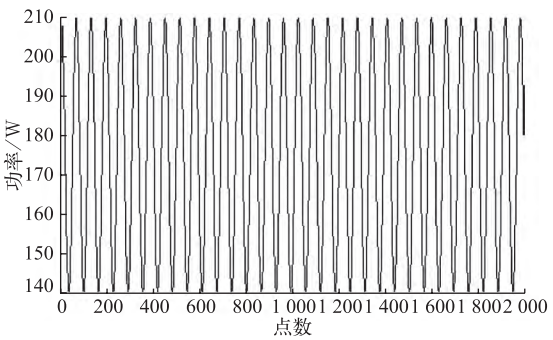

图6　电压、电流叠加10 Hz谐波三相相角对称功率

对图6的功率曲线进行频谱分析，振荡频率为50 Hz，和理论推导值一致。

结束语

电力系统中，三相电流中叠加相位相同的谐波（间谐波），对计算的功率无影响。三相电流中叠加相位对称的谐波（间谐波），计算的功率振荡，振荡频率为基波频率和叠加的谐波（间谐波）频率之差。

电力系统中，三相电压、电流中都叠加相位相同的谐波（间谐波），计算的功率振荡，振荡频率为2叠加谐波（间谐波）频率。三相电压、电流中都叠加相位对称的谐波（间谐波），计算的功率振荡，振荡频率为波频率和叠加的谐波（间谐波）频率之差。EA

（收稿日期：2021-05-15）