燃料电池空压机转子稳定性计算与分析

文/朱　托　袁羲鑫
华润新能源科技（上海）有限公司

摘要：燃料电池空气压缩机（Fuel Cell Compressor，FCC）是燃料电池的关键零部件，转子稳定性是开发超高转速FCC的难点和关键技术。针对FCC转子稳定性计算，基于传递矩阵法，建立了某16 kW FCC转子模型，利用粒子群算法（Particle Swarm Optimization，PSO）不依赖梯度的特点，求解传递矩阵模型。复振型和复频率结果与有限元法结果和实测数据有良好的一致性。转子稳定性分析结果显示，轴承刚度提升40%，能提升阈速近6 000 r/min。
关键词：空气压缩机；转子；稳定性

空气压缩机（Fuel Cell Compressor，FCC）是燃料电池的关键部件之一，离心式空气压缩机具有高压比、大流量和小体积等特点。超高转速下保证转子稳定运行是实现上述特点的关键技术之一。

转子动力学计算方法主要有传递矩阵法和有限元法，本文使用Riccati传递矩阵法，对FCC转子-轴承系统进行建模、计算和分析。为验证精度，使用有限元法及实测数据与本文模型计算结果进行对比。

FCC转子-轴承系统建模

1. 传递矩阵法原理

使用集总参数模型，将转子-轴承系统建模为节点上的刚性圆盘、弹性轴段和带阻尼的支承。因为考虑了阻尼，所以各振动量用复数表示为

$$y = Ye^{\lambda t}\cos(\omega t+\theta) = \mathrm{Re}\left\{Ye^{\lambda t}e^{\mathrm{j}(\omega t+\theta)}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underline{Y}e^{St}\right\} \quad (1)$$

式中，y为某一振动量，例如弯矩M、剪力Q、位移X或挠角A；$\underline{Y}$为振动量y的复振幅；$S=\lambda+j\omega$为复频率，实部λ为衰减指数(1/s)，虚部ω为阻尼圆频率（rad/s）。

节点i的状态矢量为

$$\boldsymbol{Z}_i = \left[f \quad e\right]_i^{\mathrm{T}} \quad (2)$$

其中

$$f_i = \left[M_x \quad Q_x \quad M_y \quad Q_y\right]_i^{\mathrm{T}} \quad (3)$$

$$e_i = \left[X \quad A \quad Y \quad B\right]_i^{\mathrm{T}} \quad (4)$$

考虑刚性轴承座，因此空气轴承的支承总刚度$\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}$为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}} = \left[\boldsymbol{K}+S\boldsymbol{C}\right] = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{sxx}} & K_{\mathrm{sxy}} \\ K_{\mathrm{syx}} & K_{\mathrm{syy}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中，刚度系数矩阵和阻尼系数矩阵为

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \quad (7)$$

刚度和阻尼矩阵系数随转速变化，其值由经验或仿真计算得到。

由理论力学和材料力学简单分析可知，相邻两节点的传递关系为

$$\boldsymbol{Z}_{i+1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}\\ \boldsymbol{e}\end{bmatrix}_{i+1}=\boldsymbol{U}_i\boldsymbol{Z}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{11} & \boldsymbol{u}_{12}\\ \boldsymbol{u}_{21} & \boldsymbol{u}_{22}\end{bmatrix}_i\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}\\ \boldsymbol{e}\end{bmatrix}_i \tag{8}$$

其中，传递矩阵$\boldsymbol{U}_i$的各分块为

$$\boldsymbol{u}_{11i}=\begin{bmatrix}1 & l & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & l\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}_i \tag{9}$$

$$\boldsymbol{u}_{21i}=\begin{bmatrix}\dfrac{l^2}{2EI} & \dfrac{l^3}{6EI}(1-v) & 0 & 0\\ \dfrac{l}{EI} & \dfrac{l^2}{2EI} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{l^2}{2EI} & \dfrac{l^3}{6EI}(1-v)\\ 0 & 0 & \dfrac{l}{EI} & \dfrac{l^2}{2EI}\end{bmatrix}_i \tag{10}$$

$$\boldsymbol{u}_{12i}=\begin{bmatrix}-l(mS^2+K_{sxx}) & J_tS^2 & -lK_{sxy} & J_p\Omega S\\ -(mS^2+K_{sxx}) & 0 & -K_{sxy} & 0\\ -lK_{syx} & -J_p\Omega S & -l(mS^2+K_{syy}) & J_tS^2\\ -K_{syx} & 0 & -(mS^2+K_{syy}) & 0\end{bmatrix}_i \tag{11}$$

$$\boldsymbol{u}_{22i}=\begin{bmatrix}1-\dfrac{l^3(1-v)}{6EI}(mS^2+K_{sxx}) & l+\dfrac{l^2}{2EI}J_tS^2 & -\dfrac{l^3(1-v)}{6EI}K_{sxy} & \dfrac{l^2}{2EI}J_p\Omega S\\ -\dfrac{l^2}{2EI}(mS^2+K_{sxx}) & 1+\dfrac{l}{EI}J_tS^2 & -\dfrac{l^2}{2EI}K_{sxy} & \dfrac{l}{EI}J_p\Omega S\\ -\dfrac{l^3(1-v)}{6EI}K_{syx} & -\dfrac{l^2}{2EI}J_p\Omega S & 1-\dfrac{l^3(1-v)}{6EI}(mS^2+K_{syy}) & l+\dfrac{l^2}{2EI}J_tS^2\\ -\dfrac{l^2}{2EI}K_{syx} & -\dfrac{l}{EI}J_p\Omega S & -\dfrac{l^2}{2EI}(mS^2+K_{syy}) & 1+\dfrac{l}{EI}J_tS^2\end{bmatrix}_i \tag{12}$$

式（9）～（12）中，l为轴段长度；E为弹性模量；I为截面矩；v为剪切系数；m为轴段质量；J_p为极转动惯量；J_t为直径转动惯量；Ω为转动角速度。

为保证计算过程中的数值稳定性，采用Riccati变换$\boldsymbol{f}_i=\boldsymbol{S}_i\boldsymbol{e}_i$，$\boldsymbol{S}_i$为Riccati矩阵。由边界条件可知

$$\begin{cases}\boldsymbol{S}_1=\boldsymbol{0}\\ \det\boldsymbol{S}_{N+1}=0\end{cases} \tag{13}$$

式中，N为轴段数，节点数为N+1。

求解式（13），即求解包含衰减指数λ和频率ω的二元非线性函数$f(\lambda,\omega)$=0，求得复频率S后，复振幅$\underline{Y}$便相应计算得出。

2. FCC转子模型

某额定功率为16 kW的FCC电动机转子如图1所示，转子两个外端为离心式叶轮，两侧为径向空气轴承支承。磁钢外侧有保护套，保证磁钢在超高转速下的强度，磁钢两端为隔磁环设计。转轴材料的弹性模量为230 GPa，密度为8 000 kg/m^3，额定转速为90 000 r/min，峰值转速为95 000 r/min。

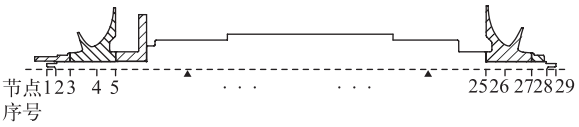

图1 某FCC电动机转子模化说明

转子节点数为29，轴承在节点8与23，计算模型部分节点参数见表1。

表1 某FCC电动机转子计算模型参数表

节点序号	轴段长l/m	刚度外径D_c/m	质量外径D_m/m	剪切系数v	抗弯截面矩I/m^4	附加极转动惯量J_p/（kg·m^2）	附加直径转动惯量J_l/（kg·m^2）	附加质量m/kg
1	0.005	0.006	0.006	2.344	7.188×10^{-11}	0.000	0.000	0.000
2	0.006 86	0.013	0.008	3.861	1.402×10^{-9}	4.056×10^{-7}	5.681×10^{-7}	0.012 55
3	0.012 5	0.008	0.008	3.523	1.608×10^{-9}	0.000	0.000	0.000
4	0.010 56	0.008	0.008	4.936	1.608×10^{-9}	1.279×10^{-5}	8.101×10^{-6}	0.046 40
5	0.008	0.018	0.008 2	5.388	5.101×10^{-9}	6.257×10^{-7}	3.800×10^{-7}	0.012 79
…					⋮			
25	0.010 61	0.008	0.008	4.890	1.608×10^{-9}	0.000	0.000	0.000
26	0.012 5	0.008	0.008	3.523	1.608×10^{-9}	1.456×10^{-5}	9.106×10^{-6}	0.049 27
27	0.007 39	0.013	0.008	3.160	1.332×10^{-9}	1.975×10^{-7}	1.204×10^{-7}	0.005 64
28	0.005	0.006	0.006	2.344	7.188×10^{-11}	0.000	0.000	0.000
29	0	-	-	-	-	-	-	-

FCC转子–轴承系统模型计算

式（13）必然存在多解，其对应各阶及各个方向的复频率和复振型。为了求取该等式，使用不依赖梯度的智能启发式算法——粒子群算法（Particle Swarm Optimization，PSO）进行求解计算。式（13）目标函数为最后一个节点Riccati矩阵的行列式。

PSO算法中，粒子数为50，最大迭代次数设置为10 000次。为保证迭代前期全局搜索能力和后期局部搜索高精度的解，惯性权重最大值为1，最小值为0.01，两种最优位置的加速度参数均为2。前6个解的残差曲线如图2所示。

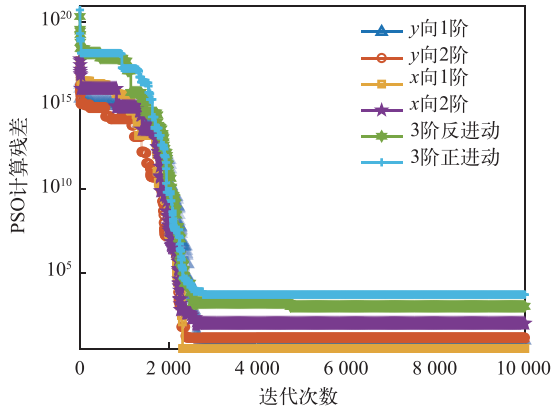

图2　PSO计算残差曲线

对于优化的目标函数，最理想的结果是零。然而在使用软件计算时，由于数据的有效位数不可能是无穷，因此目标函数一般达不到理论上的零点。在实际工程应用中，当迭代后的残差相比于初值有15个数量级左右的减小时，可认为此时的数值解就是精确解。

从图2可以看出，对于计算的前6阶模态复频率，前3 000次迭代中，最优粒子更新较快。迭代5 000次以后，目标函数曲线保持平稳，且相较初始值均有至少15个数量级的减小，计算完成。

FCC转子稳定性结果与分析

1. 复频率及复振型

为了便于比较，引入无量纲的对数衰减率

$$\delta=-\frac{2\pi\lambda}{\omega} \tag{14}$$

由定义可知，当$\delta\geqslant 0$时，转子系统稳定，否则转子将失稳。

本文计算模型的前6阶模态复频率结果与有限元解的对比见表2，其中，模态频率换算成单位Hz。

表2　复频率结果对比

模态阶	计算方法	频率f/Hz	对数衰减率δ
y向1阶	传递矩阵	69.3	0.05
	有限元	70.6	0.44
y向2阶	传递矩阵	63.0	0.82
	有限元	67.8	0.38
x向1阶	传递矩阵	184.1	0.19
	有限元	180.3	0.16
x向2阶	传递矩阵	200.9	−0.066
	有限元	216.5	−0.015
3阶反进动	传递矩阵	2 062.1	0.000 04
	有限元	2 097.9	0.000 9
3阶正进动	传递矩阵	2283.7	0.000 04
	有限元	2 343.0	0.000 5

对比前6阶复频率可知，两种计算方法的频率项结果较为吻合，虽然对数衰减率有差异，但都显示前6阶模态中x向2阶为失稳模态。

x向2阶模态复振型结果如图3和图4所示。图3为本文模型复振型计算结果，各节点均做正进动；图4为有限元法复振型计算结果。

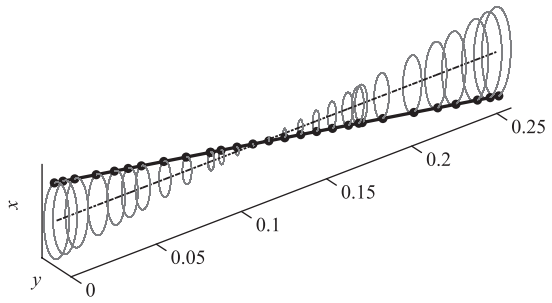

图3　传递矩阵法失稳模态复振型

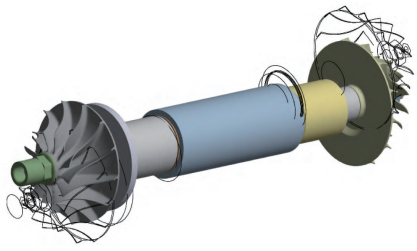

图4　有限元法失稳模态复振型

图3中带圆点的黑色粗线为转子模型，经过各圆点的灰色椭圆线为各节点的运动轨迹，点画线为转子静止初始位置。

图4中有限元法失稳模态复振型结果和本文模型复振型结果相一致，转子各处同样都在做正进动。

2. 稳定性影响因素分析

为考察失稳模态的特性，计算不同转速下FCC转子-轴承系统x向2阶模态的对数衰减率，如图5所示。

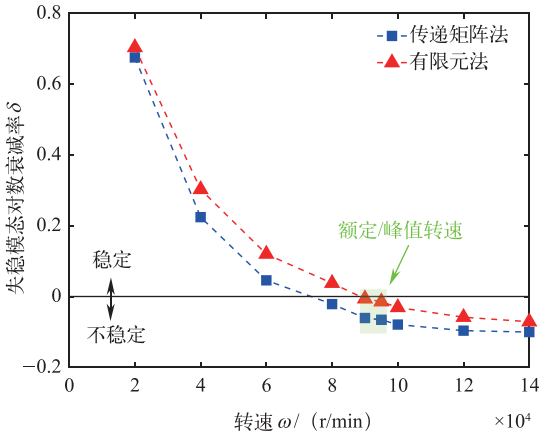

图5　不同转速下的转子稳定性

由图5可知，随着转速提升，转子稳定性下降，说明在超高转速时，FCC转子稳定性成为一个不可忽视的工程问题。

本文传递矩阵法模型结果和有限元法结果大致吻合，差异主要是由模化方式导致。两种方法计算的失稳阈速在70 000～90 000 r/min之间，低于该FCC的额定转速及峰值转速，因此还需分析影响转子稳定性的其他因素。

使用本文传递矩阵法模型，计算不同轴承支承的对数衰减率，结果如图6所示。

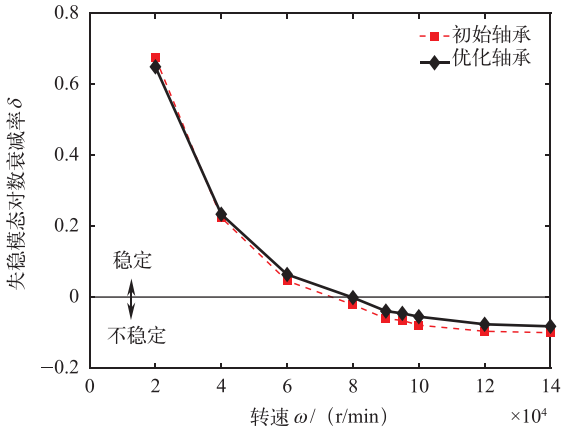

图6　不同轴承支承的转子稳定性

图6中，优化轴承的刚度较初始轴承提升了大约40%，计算结果显示失稳阈速提升了近6 000 r/min，可知提升空气轴承的刚度是提高FCC转子稳定性的一项有效措施。

3. 实测数据对比

使用本文模型计算失稳模态频率，并与FCC台架实测次同步数据进行对比，如图7所示。

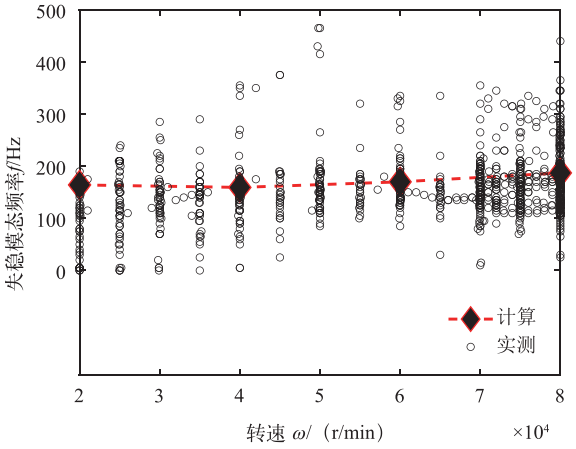

图7　FCC转子失稳模态频率与实测次同步

图7中，实测数据为数十台FCC次同步数据，可见其和本文模型计算的失稳模态频率较为吻合。

结束语

本文针对燃料电池空气压缩机超高转速的特点，使用传递矩阵法计算了转子稳定性。在求解传递矩阵模型时，为避免采用经典算法而出现找不到解的情况，采用了属于智能启发算法的PSO，提升了计算效率。转子稳定性计算结果的精度通过了有限元解对比，以及台架实测结果的侧面验证。对于提高燃料电池空气压缩机转子稳定性，本文的计算方法及流程能快速准确地给出优化方向。EA

参考文献

[1] 张智明，潘佳琪，章桐．燃料电池离心式空压机转子临界转速关键影响因素分析[J]．汽车工程，2022，44(9)：1386-1393．

[2] 王正．转动机械的转子动力学设计[M]．北京：清华大学出版社，2015．