基于动态规划的管材切割套料方法

张松，赵德顺，王洋洋
中车青岛四方机车车辆股份有限公司　山东青岛　266000

摘要：通过对管材下料问题进行分析，发现其与算法学中的背包问题具有相似性。结合工程实践，将管材下料问题转化为典型的0-1背包问题，借助动态规划技术逐支对初始管材进行求解，进而获得目标管材的最优组合。基于VS2019平台，采用VC#语言开发了管材切割套料计算程序。通过对实际管材下料数据的套料计算，验证了该方法的有效性，为管材切割套料提供了一种新的思路。

关键词：动态规划技术；管材切割；一维套料；0-1背包问题；优化组合

1　序言

管材广泛应用于航空航天、汽车、轨道车辆和造船等行业中。针对不同的应用场景，管材被切割成不同的目标长度。大多数行业，为了能最大化地利用原材料，管材切割前都要进行套料。套料方式主要为人工经验、自动下料系统以及套料程序等。一般来说，人工经验主要是依靠施工人员的生产经验，先加工长管，再用余料集中处理短管，这种方式对施工人员的技能要求较高，需要很好的统筹协调能力，对于管材定额的管理是很粗放的。自动下料系统一般是下料机自带的，需要人工逐个尺寸录入或者导入下料表，系统内部转化为下料程序，逐个下料，这种方式是在执行端完成的，此时管材定额已经完成，只能根据生产需要进行后续调整。套料程序是在工艺设计端提前进行套料计算，预判管材定额，统筹协调下料尺寸，能很大程度地节约管材，有利于工厂提质增效。在板材切割领域套料程序种类非常多，很多行业都依据自己的需求，开发了适应性的套料程序。但是在管材下料行业，鲜有成熟稳定的套料程序。轨道车辆管路数量多，长度变化大，通常先将下料尺寸由长到短排列，先加工长管，再根据余料加工短管，或利用自动化数控下料机自动排料，但缺少总体的统筹，无法精准确定管材定额。针对性地开发一套下料程序是很有必要的。

在管材上按照目标长度进行套料，属于一维求解最优化问题。相关文献[1-3]对一维下料问题的求解提出了解决办法，比较典型的有动态规划算法、贪心算法、启发式算法和遗传算法等。管材应用环境不同，套料需求不同，解决问题的思路也有很大差异。曲默丰等[4]通过贪心策略解决锅炉管路多规格一维套料问题，并对多种算法进行了对比，证明了贪心策略下所开发算法的优越性；刘卫华[5]运用动态规划算法快速求解油管组配方面的问题，油管组配对管材下料有较好的启发性；高霆等[6]开发四步套料算法解决船厂管路下料问题，并在此基础上开发了管材下料系统。以上文献结合工程经验，开发了适应的管材套料算法，解决了各自企业的管材下料问题。

动态规划技术作为一种多阶段决策过程的通用方法[7]，依据每一阶段的不同决策，将状态进行转移，直至达到最优序列。该技术认为最优化问题的最优解都是由子问题最优解构成。本文结合工程实践，采用动态规划技术对管材切割套料方法进行研究，为管材的精准套料提供一种新的思路。

2　数学模型

2.1　管材切割套料问题

工艺准备时，通常将管路图样中的管路按材质和长度进行汇总整理，并依据管材规格分成多个不同的下料表。每个下料表中含有多个目标长度，

每个目标长度数量不尽相同。管材套料问题可描述为：如何将下料表中的目标长度进行组合，使得原材料的消耗量最少。这个目标长度的最优组合即是最优下料方案，也就是管材套料问题的最优解。很显然，管材套料问题是一个多阶段求解问题。

根据动态规划技术优化原则，可以将管材套料问题拆成若干单支原材料套料的子问题，通过对子问题的求解，进而获得整个问题的最优解。按照这一思路，解决了单支管材下料的最优组合问题，即解决了下料表中目标长度的最优组合问题。对于单支管材来说，这种目标长度的优化组合，类似算法学中的背包问题，由于每种目标长度只有下料与不下料两种选择，因此可以进一步抽象为0-1背包问题。

2.2 0-1背包问题

背包问题是一种经典的组合优化问题，属于NP完全问题，可以描述为：假定一组物品，每种物品包含质量和价值两个属性，给定一个总质量，如何选择物品，才能使得物品在不超重的前提下，获得的总价值最高。

假设物品数量为N，第i件物品的质量是w_i，价值是v_i，每件物品只能取用一次，另有一个承重量为C的背包，当一组物品装入背包时，不超过承载质量且总价值最大。该问题的算法可参考文献[8]，此处不再赘述[8]。该问题求解的状态转移方程为

$$f(i,\ j)=\begin{cases} f(i-1,\ j), & w_i>j \\ \max\left[f(i-1,\ j),\ f(i-1,\ j-w_i)+v_i\right], & w_i\leqslant j \end{cases} \tag{1}$$

$f(i,\ j)$为当背包容量为j时，现有i件物品可以装入，得到的最大价值。

2.3 求解方法

假设将单支管材称为初始管材，其长度为定长；需下料的管材称为目标管材，其长度为目标长度。管材套料问题对应的0-1背包问题描述如下。

有N种目标管材需要下料，目标长度为l_i（$i=1,2,3,\cdots,n$），每种目标管材的数量为N_i（$i=1,2,3,\cdots,n$），初始管材定长为L，当一组目标管材下料时，可以使得L的利用率最大。

背包问题中每种物品包含质量和价值两种属性，目标管材包含目标长度和数量两种属性，用数组表示为$[l_i,\ N_i]$（$i=1,2,3,\cdots,n$），但是数量最大并不是我们要寻找的最优解，我们要寻找的最优解仍然是长度最大。如果将目标管材按单个数量排列，那么目标管材属性数组$[l_i,\ N_i]$将变为$[l_j,\ 1]$（$j=1+2+3+\cdots+n$）。为了构造另一个权重属性，假定另一个属性也为长度，则目标管材属性数组$[l_j,\ 1]$将变为$[l_j,\ l_j]$。因此管材切割套料问题将变为如下描述。

给定一组物品数量为N（$N=1+2+3+\cdots+n$），第i件物品的质量是w_i（$w_i=l_i$），价值是v_i（$v_i=l_i$），背包容量C（$C=L$），当一组物品装入背包时，不超过承载质量且总价值最大。

经过上述转化，再将相关参数代入式（1），则可得单支管材切割套料的最优解。

2.4 算法流程

假定目标管材的长度为l_i（$i=1,2,3,\cdots,n$），每种目标管材的数量为N_i（$i=1,2,3,\cdots,n$），初始管材定长为L。

采用动态规划技术求解管材切割套料问题分为以下步骤。

1）将目标管材按长度排列，数量统一为1，目标管材属性数组$[l_i,\ N_i]$（$i=1,2,3,\cdots,n$）转化为$[l_j,\ 1]$（$j=1+2+3+\cdots+n$），进而构造计算数组$[l_j,\ l_j]$。

2）将计算数组$[l_j,\ l_j]$简化为两个相同的一维数组计算数组$[l_j]$，将数组按从大到小的顺序排列。

3）按照背包问题求解方法，将一维数组$[l_j]$、初始管材长度L代入状态转移方程，求解出单支管材最优套料组合。

4）循环求解，汇总得出目标管材的最优组合。

5）求解消耗的全部初始管材数量，得到管材定额数量。

算法流程如图1所示。

3 实施过程

基于VS2019平台，采用VC#语言编制程序。用递归算法求解0-1背包问题最优解的部分代码如下。

```
for (int i = 1; i <= n; i++)
{  for (int j = 1; j <= c; j++)
  { if (j >= w[i])
    m[i, j] = Math.Max(m[i - 1, j], m[i - 1, j - w[i]] + v[i]);
```

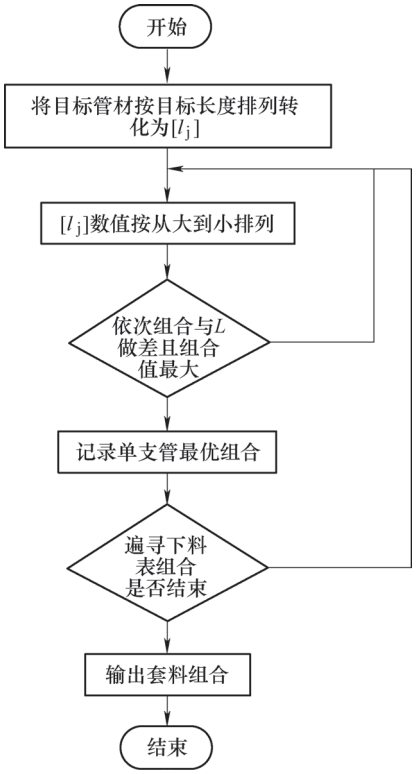


图1　算法流程

```
else
m[i, j] = m[i - 1, j];
}}
```

找到最优解后，再寻找得到最优解的组合，选中标记为1，未被选中标记为0，遍寻最优组合的部分代码如下。

```
if (i > 0)
{ if (m[i, j] == m[i - 1, j])
 {x[i] = 0; }
  else if (j - w[i] >= 0 && m[i, j] == m[i - 1, j - w[i]] + v[i])
 {x[i] = 1; }}
```

为方便数据对比，对管材下料数据进行套料计算时，暂不考虑锯片厚度及尾料长度。初始管材每支长度为6000mm，目标管材数据见表1，计算结果见表2。由表2可知，管材得到了很好的利用，由于目标管材数量较少，最后1支原材料有较大剩余。

表1　目标管材数据

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
长度/mm	4201.5	4101	1960	1860	1657	1557	1376	1276	745	735	210	200
数量/支	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

表2　计算结果

管材消耗/支	目标管材长度/mm	余料/mm
1	1657、1376、745、210、1276、735	1
1	4101、1860	39
1	4201.5、1557、200	41.5
1	1960	4040

4　结束语

本文首先将管材切割套料问题，简化为0-1背包问题，并结合工程实践将目标管材按长度进行排列组合；再采用动态规划技术，对管材切割套料过程进行设计，开发了管材切割套料的算法流程，最后用VC#语言编制了计算程序，实现了管材切割套料计算。使用管材切割套料程序，对实际管材下料数据进行套料计算，计算结果精度较高，满足使用要求。通过实际应用，本文所述套料方法能对管材进行较高利用，在工艺设计阶段，统筹管材下料，能够有效提高管材定额的精准度。

参考文献：

[1] 祝胜兰. 一维下料问题的优化算法研究[D]. 武汉：华中科技大学，2013.

[2] 陈炼，马永生，刘光明. 一维下料方案的贪心算法优化[J]. 南昌大学学报（工科版），2005，27（4）：71-73，84.

[3] 侯改，何朗，黄樟灿，等. 基于差分进化的金字塔演化策略求解一维下料问题[J]. 计算机科学，2020，47（7）：166-170.

[4] 曲默丰，辛炜，宋华强. 贪心策略在电站锅炉管材套料优化的应用研究[J]. 发电设备，2021，35（2）：106-110.

[5] 刘卫华. 动态规划在油田油管组配中的应用[J]. 内蒙古石油化工，2019，45（2）：63-64.

[6] 高霆，王炬成，何佳. 计算机辅助管材套料系统的开发[J]. 造船技术，2017（1）：48-52.

[7] Anany Levitin. 算法设计与分析基础[M]. 3版. 潘彦，译. 北京：清华大学出版社，2015.

[8] 鲍江宏，杨启贵. 多选择背包问题的快速求见算法[J]. 华南理工大学学报（自然科学版），2009，39（4）：42-45.

MW 20240402