五连杆悬架运动学特性DOE分析研究

李根，代迪

沃尔沃汽车技术（上海）有限公司　上海　201800

摘要：基于刚体运动学理论，对五连杆悬架进行运动学建模，以确定其硬点空间位置及虚拟主销位置，利用ADAMS软件建模并对上述求解结果进行验证。利用MATLAB软件，分别采用参数试验设计、正交试验设计和拉丁超立方设计三种方法，均设置因子个数为15、水平数为3进行试验设计，并对硬点进行灵敏度分析，将三者结果进行对比。结果表明，三种DOE（实验设计法）对各个参数的主要影响因子分析结果大致相同，仅在对次要影响因子的分析结果上有所差异。

关键词：五连杆悬架；参数试验设计；正交试验设计；拉丁超立方设计

随着电动汽车行业的不断发展，消费者对车辆的平顺性、操纵性、制动性等提出了越来越高的要求，而这些性能均受到汽车悬架的运动学特性影响[1~3]，甚至对轮胎的磨损情况也起到了一定的作用[4, 5]。

为了追求更好的车辆驾乘体验，大多数电动汽车选择采用五连杆悬架作为其后悬架以提高其运动学特性。在前期开发过程中，常常将五连杆悬架的整个杆系简化为连杆和硬点，通过计算硬点空间位置来得到悬架的运动学特性[6, 7]。本文利用MATLAB软件，以优化五连杆运动学特性为目标，通过三种方法对硬点坐标进行灵敏度分析，并分析各参数主要的影响因子。

五连杆悬架运动学模型

根据刚体运动学理论，建立了五连杆悬架的运动学模型，所采用的主参考系$Oxyz$的原点位置O为车辆质心，x轴与地面保持平行且与车辆的运动方向相反，y轴指向驾驶员右侧，z轴与车辆所处地面的平面相垂直。

1.五连杆悬架硬点空间位置求解

对车辆悬架运动过程中的动力学分析中，为了简化研究与分析，可将五连杆杆件之间的连接简化为运动副。

在分析中作如下假设：五连杆悬架杆系内点A_i（i=1，2，3，4，5）和外点B_i（i=1，2，3，4，5）的

衬套均视为球面副，如此，连杆在扭转方向上的变形即连杆局部自由度可忽略不计（见图1）。基于上述假设，可知五连杆悬架模型具有6个自由度，其中5个自由度为连杆扭转产生的局部自由度，因此可通过轮心C的z向运动来确定悬架在运动过程中的空间姿态变化。

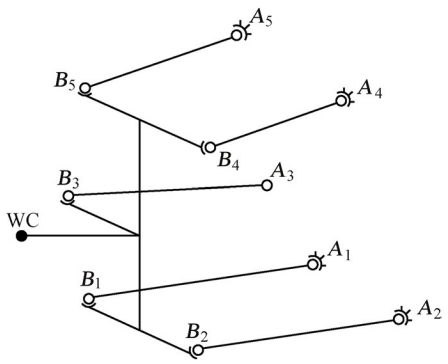


图1　五连杆悬架模型示意

图1中各连杆与车身相连点（即内点）为A_i，与转向节相连点（即外点）为B_i。假设车轮在跳动的过程中，转向节绕x轴、y轴和z轴旋转的角度分别为α、β和γ，并保持悬架内点Ai不变，则外点Bi可以通过空间姿态变换矩阵K和轮心C（C_x，C_y，C_z）来确定，空间姿态变换矩阵可表示为

$$K=\begin{bmatrix} c\alpha c\beta & -s\alpha c\beta & s\beta & m \\ s\alpha c\gamma+c\alpha s\beta s\gamma & c\alpha c\gamma-s\alpha s\beta s\gamma & -c\beta c\gamma & n \\ s\alpha c\gamma-c\alpha s\beta s\gamma & c\alpha c\gamma+s\alpha s\beta s\gamma & c\beta c\gamma & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{cases} m=C_{tx}-\left(K(1,\ 1)C_x+K(1,\ 2)C_y+K(1,\ 3)C_z\right) \\ n=C_{ty}-\left(K(2,\ 1)C_x+K(2,\ 2)C_y+K(2,\ 3)C_z\right) \\ l=C_{tz}-\left(K(3,\ 1)C_x+K(3,\ 2)C_y+K(3,\ 3)C_z\right) \end{cases} \tag{2}$$

式中，$c\alpha$=cosα；$s\alpha$=sinα；C（C_{tx}，C_{ty}，C_{tz}）为车轮在跳动过程中的位置。

在本试验中，设定轮心C的z坐标变化量d z的上下限，步长为10mm，则轮心C的z向运动可以用C_{tz}=C_0z+dz来表示，其中C_0z为轮心C的起始z坐标位置，悬架的各个外点和轮心的瞬时位置可表示为

$$\begin{cases} B_{it}=K\cdot B_i \\ C_t=K\cdot C \end{cases} \tag{3}$$

在模型假设中，构成五连杆悬架的杆系均为刚性杆，因此可通过在轮跳过程中，五根连杆的长度始终保持不变来得到方程组，即

$$(A_{ix}-B_{itx})^2+\left(A_{iy}-B_{ity}\right)^2+(A_{iz}-B_{itz})^2=l_i^2 \tag{4}$$

其中，A_{ix}、A_{iy}、A_{iz}表示悬架内点Ai的x、y、z轴坐标分量；B_{itx}、B_{ity}、B_{itz}为发生轮跳后悬架外点B_i的x、y、z轴坐标分量；li则表示连杆A_iB_i的长度（i=1，2，3，4，5）。

因此在轮跳的过程中，C_{tz}会发生改变，可通过式（3）和式（4）以求得发生轮跳后悬架外点B_i的坐标，从而车轮前束角λ、外倾角δ、轮距S、轴距T等特性可以表示为

$$\lambda=arctan\left(n_x/n_y\right) \tag{5}$$

$$\delta=arctan\left(n_z/n_y\right) \tag{6}$$

$$S=C_{ty}-C_y \tag{7}$$

$$T=C_{tx}-C_x \tag{8}$$

式中，n=[n_x，n_y，n_z]，为车轮平面的法向量[8]。

2.五连杆悬架虚拟主销的确定

在车辆进行转向的过程中，车轮瞬时转动的轴线称之为主销轴线。在五连杆悬架系统中，主销轴线是虚构假设、不固定的，会随着运动过程不断发生瞬时变化，因此传统的计算方法已经不能满足五连杆悬架主销轴线的计算需求。本文采用瞬时轴法来模拟并求解五连杆悬架的虚拟主销轴线，即将转向节与车身之间产生相对运动时所产生轴线等效为连杆悬架之间虚拟主销的轴线。

通常情况下，五连杆悬架结构中的上下控制臂分属于两个平面，因此可通过控制轮心在x、y向不发生运动的情况下，对转向节点B_3施加一个极其微小的速度，从而计算得到五连杆悬架的虚拟主销。在此情况下，五连杆悬架的各硬点满足

$$l_{ij}\cdot\left(v_C+\omega\times q_j\right)=0 \tag{9}$$

式中，$l_{ij}=\overrightarrow{A_iB_j}$；$q_j=\overrightarrow{CB_j}$（$i$，$j$=1，2，…，5）；$v_C$为车轮中心的速度向量，由$v_{Cx}$、$v_{Cy}$、$v_{Cz}$三个坐标分量组成；$\omega$为瞬时角速度，即$\omega_{Cx}$、$\omega_{Cy}$、$\omega_{Cz}$三个坐标分量组成。

在B_3施加一个x方向微小的速度[9, 10]，同时使$v_{B5}z$=0，代入式（9）并展开成矩阵形式即

$$\begin{bmatrix} l_{A_1B_1}\times q_1 & l_{A_1B_1} \\ l_{A_2B_2}\times q_2 & l_{A_2B_2} \\ l_{A_3B_3}\times q_3 & l_{A_3B_3} \\ l_{A_4B_4}\times q_4 & l_{A_4B_4} \\ l_{A_5B_5}\times q_5 & l_{A_5B_5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \omega_{Cx} \\ \omega_{Cy} \\ \omega_{Cz} \\ v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ v_{Cz} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{B_{3x}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

由式（10）可求解出瞬时角速度ω，从而确定主销轴线，则主销后倾角θ、主销内倾角σ可表示为

$$\theta = arctan(\omega_x/\omega_z) \tag{11}$$

$$\sigma = arctan(\omega_y/\omega_z) \tag{12}$$

五连杆悬架运动学模型验证

在ADAMS中建立五连杆悬架模型。由于五连杆悬架较为复杂，作如下假设：五连杆悬架全部杆系均为刚性杆，各零部件间均通过刚性铰接连接，忽略横向稳定杆，采用瞬时轴法确定主销轴线，得到五连杆悬架ADAMS仿真模型，如图2所示。

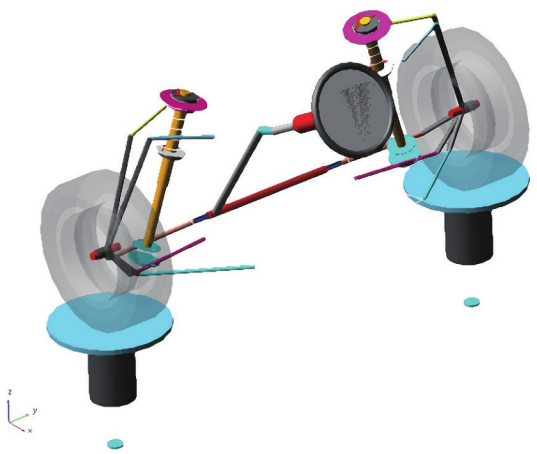


图2　五连杆悬架ADAMS仿真模型

对所建立的五连杆悬架模型进行平行同向轮跳实验，并对其运动学参数进行仿真分析。输入车轮跳动范围（wheel travel）为－100～100mm，将所得结果与上节所构建的运动学模型计算结果进行对比，如图3～图5所示。

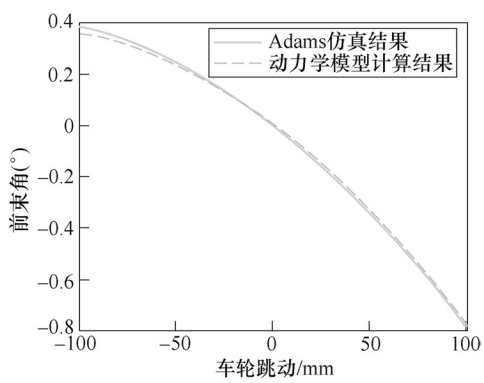


图3　前束角变化对比

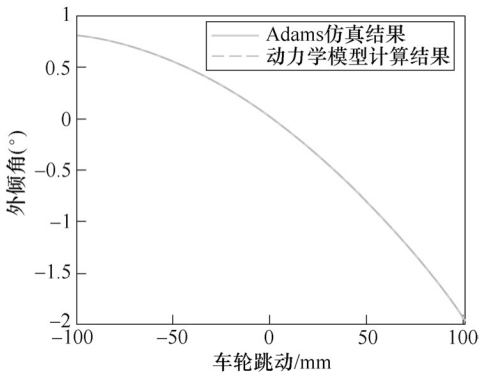


图4　外倾角变化对比

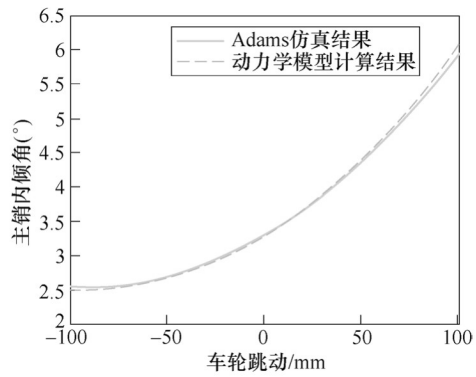


图5　主销内倾角变化对比

由图3～图5可知，五连杆悬架的运动特征，如前束角（Toe angle）、外倾角（Camber angle）和主销内倾角（Kingpin inclination angle）等，本文所建立的运动学模型计算结果和ADAMS仿真结果存在高精度的吻合。这表明，本文所建立的运动学模型具备较高的准确性，能够为进一步研究奠定基础。

五连杆悬架运动学特性灵敏度分析

通过试验设计（DOE， Design of Experiments），可以快速准确地确定五连杆悬架的关键悬架硬点参数，这些参数将会直接影响车轮定位参数，并且可以为后续的硬点优化工作提供有力的依据。它能够以低成本的方式，快速找出影响整个系统的关键试验因子，从而为五连杆悬架的灵敏度分析提供有力的支持。通过DOE技术，能够更加高效地识别五连杆悬架的关键硬点参数，从而制定出最佳的硬点布局方案，从而大大提高了硬点优化的效率[11]。

在DOE方法的应用中，应当考虑到多种因素，包括但不限于实施的复杂程度、采用的水平值、不同的分析手段，从而获得更准确的实验结果。此外，还应

当考虑到实施的时间、成本、效率，从而确保试验的准确性和效率。本文采用了参数试验、正交试验设计和拉丁超立方设计三种方法，均采用15因子3水平进行DOE分析，并通过MATLAB对硬点进行灵敏度分析，并将三种方法的分析结果进行对比。

1.参数试验设计

参数试验（PS， Parameter Study）是一种基础的DOE研究方法，它通过将一系列独立变化的因子分别设置不同的水平，并且将其他因子保持在相同的基值上，来评估这些因子对研究对象特征的独立影响（见图6）。该方法的优势在于，可以通过较少的实验次数来研究多个因子的多个水平，但无法提供有关它们之间的相互作用的灵敏度信息[12]。

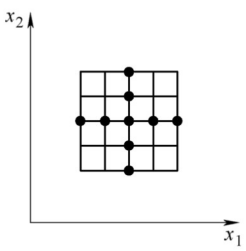


图6 参数试验示意

参数试验设计的试验次数为

$$N = 1 + \sum_{i=1}^{m} n_i \tag{13}$$

式中，n_i表示第i个因子的水平数；m表示因子的个数，i=1，2，3，…，15。在实际MATLAB操作中，采用式（14）坐标变换矩阵对数据进行处理。

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -5 \end{bmatrix} \tag{14}$$

2.正交试验设计

正交试验设计（OA， Orthogonal arrays）主要利用正交表来进行多因子交互试验，能有效提高DOE的输出效率，且可以对试验因子进行合理、有效的安排。采用正交表从所有试验中挑选出最能反映实际结果的样本，从而更好地了解多种影响因素的综合状态，如图7所示。这种方法的好处在于样本的数据点分布更加均匀，并均衡搭配各因子的各个不同水平。

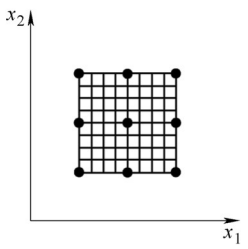


图7 正交试验设计示意

在使用正交实验设计方法时，首先构建一个正交表，其每一列各水平出现的次数应该一致；每两列之间不同水平的全部组合出现的次数也应该一致[13]。

在本文中，选择正交表L54（315），即54行15列的正交表，共15个因子3个水平，将其和扰动范围归一化后得到坐标变换矩阵对硬点坐标进行处理。

3.拉丁超立方设计

拉丁超立方设计是一种复杂的随机多维分层抽样DOE方法[14]，在n维空间内，令每一维坐标区间均匀、系统地划分成m个区间，以实现对n维空间的有效控制。从中任意抽取与空间维数相同个数的点作为样本，从而确保任意一个因子的所有水平被研究唯一一次，如图8所示。拉丁超立方设计可以对样本数据进行有效地空间填充，可根据实际需求人为控制试验次数。

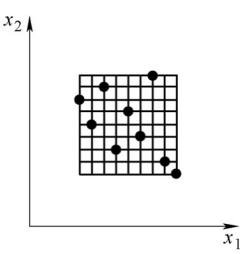


图8 拉丁超立方设计示意

在本文中，选择15个因子3个水平，利用MATLAB工具箱生成30行15列的拉丁超立方矩阵，将其和扰动范围归一化后得到坐标变换矩阵对硬点坐标进行处理。

4.结果分析

分析实验数据的重要性不言而喻，它不仅能够帮

助了解实验参数的变化情况，还能够帮助更好地评估实验的准确性。目前，分析实验数据的两种常用的方法分别为极差分析法和方差分析法。由于极差分析法能直观地显示出各个坐标对参数的灵敏度大小，且计算方法简单，因此本文采用极差分析法。

极差分析法共有以下两个步骤[15]：

1）计算K_{ij}、k_{ij}和R_i值。其中，K_{ij}为第i个因子的第j水平所对应的试验指标和，k_{ij}为K_{ij}的平均值，也叫平均偏差量。R_i值为第$_i$个因子的极差，即

$$R_i = max(k_{i1}，k_{i2}，k_{i3}，\ldots，k_{ij}) - min(k_{i1}，k_{i2}，k_{i3}，\ldots，k_{ij}) \quad (15)$$

2）利用R_i判断各因子对试验指标的影响，反映了第i个因子水平波动变化情况，即试验指数的改变情况，从而评估它对实验指数的作用关系。R_i越大，表明该因子的变化会对实验结果产生更大的影响。因此，可计算每个因子的灵敏度百分比

$$p_i = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^{15} R_i} \times 100\% \quad (16)$$

灵敏度分析结果见表1，表中B_{ik}（i=1，2，…，5；k=x，y，z轴）含义为外点B_i的k轴坐标。从表中可以看出，三种方式计算出来的主要影响因素基本相同。

表1　灵敏度分析结果

	因子	起始值	最终值	参数试验设计		正交试验设计		拉丁超立方设计	
				灵敏度分析值	灵敏度百分比	灵敏度分析值	灵敏度百分比	灵敏度分析值	灵敏度百分比
前束梯度（°/mm）	B_{3z}	-268.0	-258.0	0.011 09	42.50%	0.011 29	41.27%	0.010 50	14.28%
	B_{2z}	-303.1	-293.1	0.010 01	38.36%	0.010 18	37.20%	0.009 20	12.51%
外倾梯度（°/mm）	B_{2z}	-303.1	-293.1	0.003 03	34.05%	0.002 24	11.78%	0.003 07	34.30%
	B_{4z}	300.1	310.1	0.001 73	19.48%	0.002 35	12.31%	0.001 74	19.46%
	B_{5z}	300.1	310.1	0.001 62	18.19%	0.001 12	5.87%	0.001 57	17.49%
	B_{3z}	-268.0	-258.0	0.001 06	11.93%	0.001 48	7.75%	0.001 10	12.26%
侧倾中心高度/mm	B_{2z}	-303.1	-293.1	31.64 56	60.60%	31.9894	55.91%	32.2784	22.91%
	B_{4z}	300.1	310.1	7.300 38	13.98%	6.290 55	10.99%	9.848 48	6.99%
	B_{1z}	-272.5	-262.5	7.099 60	13.59%	7.362 84	12.87%	10.4820	7.44%
主销偏距/mm	B_{1x}	41	51	17.3750	26.51%	17.2284	26.22%	18.9071	15.08%
	B_{2x}	-22	-12	16.9273	25.83%	16.8604	25.66%	15.6590	12.49%
	B_{1y}	-754.3	-744.3	14.3977	21.97%	14.2822	21.74%	15.0285	11.99%
主销偏置距/mm	B_{2x}	-22	-12	8.431 75	52.66%	8.440 71	52.54%	8.526 14	21.57%
	B_{4x}	73	83	1.750 86	10.93%	1.74702	10.87%	1.495 37	3.78%
	B_{5x}	8	18	1.478 01	9.23%	1.479 29	9.21%	2.800 25	7.08%
主销内倾角（°）	B_{4x}	73	83	1.556 76	18.73%	1.558 56	18.72%	1.316 32	13.31%
	B_{5x}	8	18	1.311 51	15.78%	1.305 37	15.68%	0.933 98	9.45%
	B_{2x}	-22	-12	1.295 35	15.58%	1.306 80	15.70%	1.273 25	12.88%
	B_{1x}	41	51	1.292 10	15.54%	1.263 70	15.18%	1.052 14	10.64%
	B_{1y}	-754.3	-744.3	1.070 72	12.88%	1.054 94	12.67%	1.116 93	11.30%
主销后倾角（°）	B_{2x}	-22	-12	1.039 21	32.97%	1.036 18	32.98%	0.999 84	16.96%
	B_{4x}	73	83	0.669 73	21.25%	0.668 52	21.28%	0.549 55	9.32%
	B_{5x}	8	18	0.529 57	16.80%	0.528 63	16.83%	0.528 43	8.96%
轮心的侧向变化量/mm	B_{2z}	-303.1	-293.1	0.016 19	52.28%	0.016 21	51.94%	0.017 25	24.24%
	B_{4z}	300.1	310.1	0.004 53	14.62%	0.004 64	14.74%	0.002 99	4.20%
	B_{5z}	300.1	310.1	0.004 41	14.24%	0.004 64	14.88%	0.012 31	17.30%

表1中所列8个计算参数的三种灵敏度分析方法结果对比如图9所示。

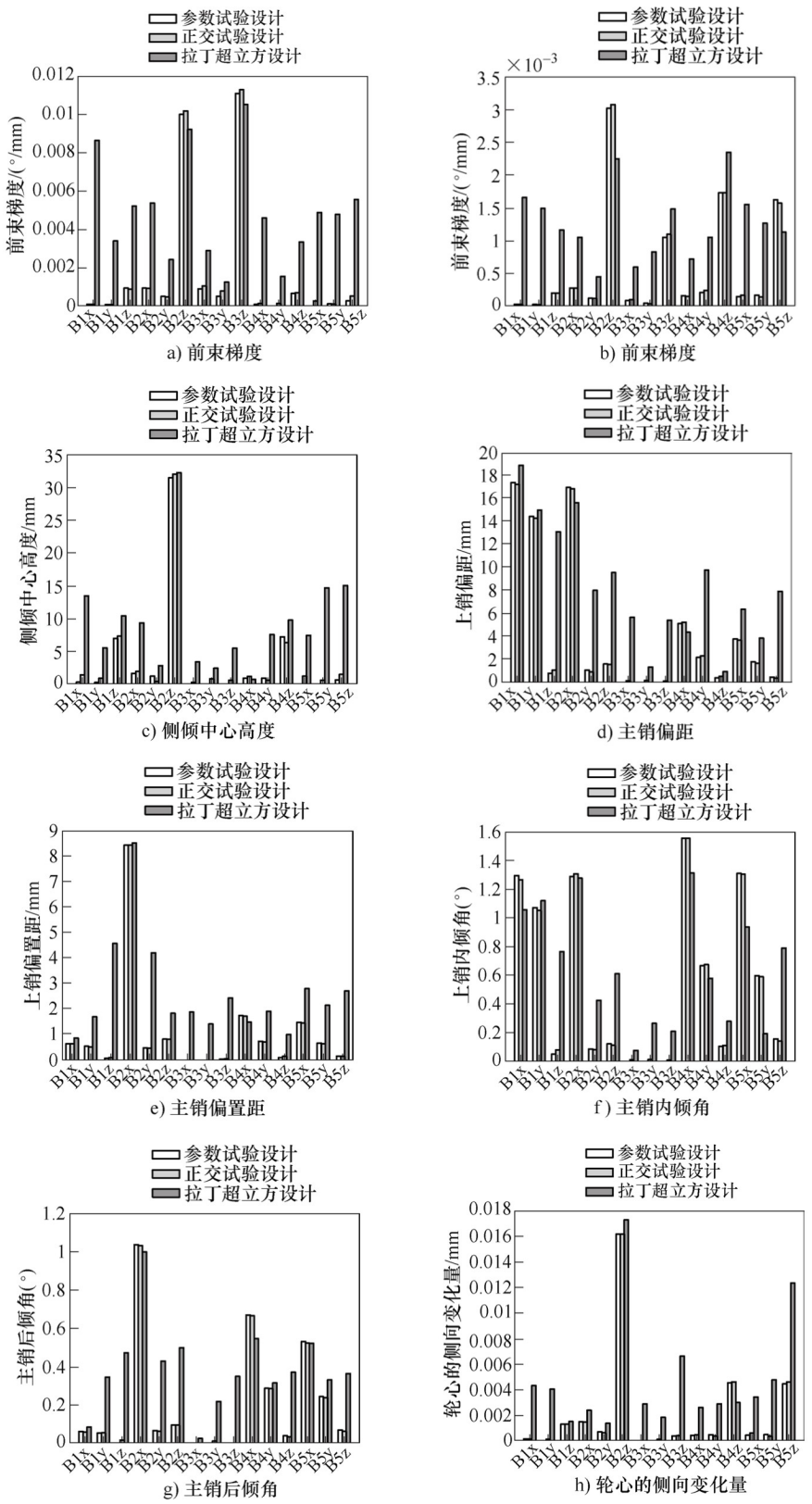


图9 三种灵敏度分析方法结果对比

根据表1和图9的数据可以看出，在下后控制臂外点B_2的z坐标变化时，前束梯度、外倾梯度和侧倾中心高度都受到了显著的影响。转向横拉杆外点B_3的z坐标对前束梯度、外倾梯度影响也较为明显。上后控制臂外点B_4和上前控制臂外点B_5的z坐标对外倾梯度也有着一定影响。然而，上后控制臂外点B_4和下前控制臂外点B_1的z坐标对侧倾中心高度影响较小。

下后控制臂外点B_2的x坐标对主销偏距和主销偏置距离具有较高的灵敏度，下前控制臂外点B_1的x和y坐标对主销偏距也具有较高的灵敏度。下后控制臂外点B_2、上后控制臂外点B_4 和上前控制臂外点B_5 的 x坐标对主销内倾角和后倾角均具有一定的灵敏度，下前控制臂外点B_1的x和y坐标对主销内倾角也较为明显。对轮心侧向变化量影响最明显的为下后控制臂外点B_2的z坐标。

结语

为了分析五连杆悬架各项参数的灵敏度，本文首先研究了五连杆悬架空间位置和虚拟主销的求解算法，并利用ADAMS验证其准确性，接着利用参数试验设计、正交试验设计和拉丁超立方设计三种方法进行DOE分析，试验结果表明，三种DOE方法对各个参数主要影响因子的分析结果大致相同，仅在对次要影响因子的分析结果有所差异，为车辆悬架运动学设计开发提供参考。

参考文献：

[1] Huang K，Yu F，Zhang Y . Active controller design for an electromagnetic energy-regenerative suspension[J]. Int. J. of Automotive Technology，2012（6）：877-885.

[2] 卢少波，李以农，郑玲.基于制动与悬架车辆系统的车辆主动侧翻控制的研究[J].汽车工程，2011，33（8）：669-675.

[3] 杨绍普，张俊宁，路永婕，等.汽车-道路相互作用研究进展[J].机械工程学报，2021，57（12）：1-17.

[4] 陆清. 基于轮胎磨损的电动汽车扭力梁悬架性能分析和优化[D].合肥工业大学，2016.

[5] 吴旭东，左曙光，雷镭，等.基于摩擦自振的轮胎-悬架振动系统仿真分析[J].振动与冲击，2011，30（9）：89-93.

[6] 李广英. 瓦特杆扭梁悬架K&C特性分析及对整车操稳性的影响研究[D].湖南大学，2014.

[7] 朱勇章. 某轿车悬架K&C特性及整车操纵稳定性分析[D].燕山大学，2020.

[8] Simionescu P A ， Beale D . Synthesis and analysis of the five-link rear suspension system used in automobiles[J]. Mechanism & Machine Theory，2002， 37（9）：815-832.

[9] 舒红宇，周成，张富森.多连杆麦弗逊悬架运动分析与参数优化[J].机械科学与技术，2018，37（10）：1477-1482.

[10] 辛运. 五连杆悬架运动学特性的分析与优化[D].湖南大学，2016.

[11] 赖宇阳. Isight参数优化理论与实例详解[M].北京：北京航空航天大学出版社，2012.

[12] 徐慧如，高培程，朱旺等.首钢股份2#烧结烟气内循环单因素试验及应用实践[J].矿业工程，2023，21（2）：48-51，65.

[13] 郭传静，裴磊.基于正交试验设计的乘员约束系统性能优化[J].机电产品开发与创新，2023，36（1）：112-115.

[14] 杜丽，吕利叶，孙伟，等.一种适用于约束空间的拉丁超立方取点策略[J].机械设计与制造， 2021（8）：43-47.

[15] 刘良，罗勇，刘福华，等.正交试验法在悬架系统优化设计中的应用[J].机械设计与制造，2017，314（4）：59-62，67.

