

# 基于三阶段混合启发式算法的带纹理板材 “一刀切”下料问题研究

张 然, 吴新风\*

(中南林业科技大学材料科学与工程学院, 湖南 长沙 410004)

**摘要:** 本研究将三阶段的非精确定位算法与遗传退火 (GASA) 算法结合来解决家具制造行业的标准尺寸板材考虑纹理工艺约束的矩形毛坯板下料问题。由于需要根据家具制造生产的实际情况来实现基于锯切要求下的“一刀切”生产且考虑板材与毛坯纹理问题的排样问题优化, 本文针对现有家具生产的大规模套裁排样方案毛坯板材多、尺寸丰富、板材纹理导致毛坯方向不可旋转等约束, 给出详细的三阶段非精确的定位算法结合在两点变异后加入退火降温操作的遗传退火的元启发式算法, 形成一种改进的混合启发式算法; 通过经典算例测试和实际生产示例的实验验证, 结果表明, 本研究提出的三阶段混合启发式算法在不同批次下料问题中其板材利用率均优于单一定位策略算法, 且三阶段非精确混合启发式算法在考虑纹理方向的多种类套裁排样问题中相较于三阶段非精确算法、两阶段启发式算法及三阶段匀质混合启发式算法利用率多算例下平均提高 5.98%、5.09%、3.31%, 从无纹理下料生产场景切换考虑纹理方向的下料生产场景时, 三阶段匀质混合启发式算法的利用率平均降低速度约为该算法的 3 倍, 证明了三阶段非精确混合启发式算法在“一刀切”各类板材下料生产场景下具有广泛适用性与稳定性。

**关键字:** 一刀切; 三阶段非精确排样算法; 元启发式算法; 二维非旋转装箱问题; 人造板下料

**中图分类号:** TS664.0    **文献标志码:** A

## Research on the “One-Cut” Panel Cutting Problem with Textured Panels Based on a Three-Stage Hybrid Heuristic Algorithm

ZHANG Ran, WU Xinfeng\*

(College of Materials Science and Engineering, Central South University of Forestry and Technology, Changsha Hunan 410004, China)

**Abstract:** This study combines a three-stage non-exact positioning algorithm with a Genetic Annealing (GASA) algorithm to address the rectangular blank layout problem for standard-sized textured panels in the furniture manufacturing industry under process constraints. To optimize the “one-cut” production strategy considering sawing requirements and panel texture alignment, we propose an improved hybrid heuristic algorithm. This algorithm integrates a three-stage non-exact positioning method with a metaheuristic GASA algorithm enhanced by two-point mutation and simulated annealing cooling. It specifically tackles constraints such as large-scale nested layouts, diverse blank sizes, and non-rotational texture alignment in furniture production. Experimental validation using benchmark cases and real-world production scenarios demonstrates that the proposed three-stage hybrid heuristic algorithm achieves higher material utilization rates compared to single-stage positioning strategies. In multi-category nested layout problems with texture constraints, the algorithm outperforms three-stage non-exact algorithms, two-stage heuristic algorithms, and homogeneous three-stage hybrid algorithms by average utilization improvements of 5.98%, 5.09%, and 3.31%, respectively. Furthermore, when transitioning from non-textured to textured cutting scenarios, the homogeneous three-stage hybrid algorithm exhibits a material utilization decline rate approximately three times faster than the proposed method. These results confirm the broad

applicability and stability of the three-stage non-exact hybrid heuristic algorithm across diverse “one-cut” panel cutting scenarios.

**Keywords:** one-cut; three-stage non-exact layout algorithm; metaheuristic algorithm; two-dimensional non-rotational packing problem; panel cutting

## 1 引言

近年来,家具行业对板材的需求不断更新增长。但是由于家具企业加工机械定制化等硬件条件约束,许多工艺上的问题仍然会导致板材在切割过程中都无法得到充分利用,这意味着在实际生产过程中造成了显著的原料板材浪费和生产成本的增加<sup>[1]</sup>。因此,合理排样是降低材料成本和提高经济效益的一个重要举措,对推动家具制造业的高质量发展有重要意义<sup>[2]</sup>。

包括家具生产的人造板材切割的排样下料问题在内的一系列矩形排样问题已经被证明目前还未有最优解算法,并且与其他行业下料问题不同的是,在家具生产过程中还需要考虑纹理、余料利用等实际生产的工艺约束。在下料工艺定义上,“一刀切”(也称“齐头切”)工艺的具体意思就是在企业加工生产中采用数字 CNC 锯切设备开料,保持每一刀都要贯穿到底,因此相对于非一刀切工艺而言,一刀切工艺往往在减少锯切时间、降低刀具损耗的同时降低板材的需求量<sup>[3]</sup>。而在现在关于一刀切的多样化的研究领域中满足“一刀切”下料的定位算法主要有:普通剪切<sup>[4]</sup>、两阶段<sup>[5]</sup>、三阶段<sup>[6]</sup>、T 型<sup>[7]</sup>、多段<sup>[8]</sup>和块排样<sup>[9]</sup>等,而在研究的最初阶段,研究者们大多是采用线性规划算法<sup>[10]</sup>、动态规划算法<sup>[11]</sup>、树搜索算法<sup>[3]</sup>等利用了运筹学的精确算法,但是这类算法往往会因为在实际生产中板材数量的增加而导致工作量及工作时间呈指数型增加,所以研究学者们随后提出了针对排样问题的启发式算法来实现对近似最优解的搜索,夏以冲<sup>[12]</sup>运用自适应交叉和变异概率动态地控制遗传算法引导全局最优搜索,而在考虑有约束条件时启发式算法的改进中,Hopper 和 Turton<sup>[13]</sup>发现矩形件的旋转也是可以影响装箱问题最后结果的因素,他们提出了两种类型的变异算子以解决这个问题。

家具行业板材下料时须考虑纹理这一下料工艺约束,通俗来说就是毛坯纹理方向必须与待切板材纹理方向保持一致的约束,有无该工艺约束可以转化为对应的毛坯在排入板材内时是否能够对其进行 90° 的旋转,考虑纹理约束问题即毛坯固定方向的下料问题。在实际生产中人造板材

下料问题往往是大规模套裁下料问题,所以需要考虑到毛坯种类较多这一约束问题,所以本文将不考虑锯切刀路损耗及余料利用约束。综合以上,本文将单一尺寸人造板矩形套裁下料问题在建模过程中考虑为一个无限二维装箱问题,再结合三阶段非精确定位算法与遗传退火的启发式算法求解考虑下料工艺的优化排样数学模型。

## 2 考虑多工艺约束的单一板材下料问题分析与数学模型

本文研究对象为家具制造的需求毛坯多种类,待切母板材一种(标准尺寸人造板材),即单一板材套裁下料问题<sup>[14]</sup>,排样后使用五轴数控电子锯进行切割,为简化排样流程本研究不考虑板材下料的锯宽损耗与余料利用。关于纹理方向约束,本研究在此以沿设置的  $x$  轴的横向纤维原板材为例进行叙述,待排入的毛坯板材设置为  $\beta=0$  表示此时毛坯为横向纤维,在后续的启发式编码环节则不考虑交换存储长宽的栈,  $\beta=1$  表示毛坯为纵向纤维,后续需要交换存储长宽的栈将毛坯旋转 90°,调整毛坯方向为横向的毛坯后再与横向纹理的毛坯一起固定此时的长宽排入板材,简单纹理方向概念图如图 1 所示。根据以上假设,此二维剪切下料单一板材套裁排样问题可描述为:

已知板材长为  $L$ , 宽为  $W$ , 有  $n$  种毛坯块 ( $n_1, n_2, \dots, n_k$ ), 其中  $i$  种毛坯  $n_i$  的长、宽价值和需求量分别为  $l_i, w_i, v_i$  和  $d_i$ , 根据基础建模内容,这里认为价值为毛坯板材的面积  $v_i=l_i \times w_i$ , 假设某批次板材切割完成后,所用到的板材原料个数为  $M$ , 最大利用率即板材利用率  $f$ 。

$$\begin{aligned} \max f &= \frac{\sum_{n=1}^N v_n}{MLW} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \sum_{j=1}^j \alpha_{nj} = 1, \quad \forall n \in N \\ x_n \leq L \\ y_n \leq W \\ \alpha_{nj} x_n b = c_j, \quad \forall n \in N, \forall j \in J \\ d_j \leq Wb + L|b-1| \\ d_k \leq Lb + W|b-1| \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

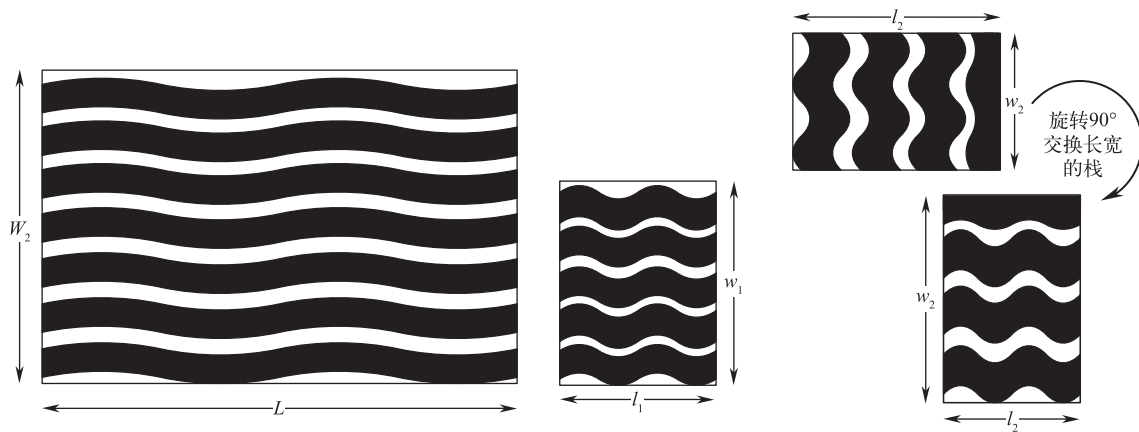


图1 简单纹理方向概念图

### 3 三阶段非精确启发式排样方式生成

考虑到家具制造中多种类型大规模毛坯排样问题，本文采用的排样方式是三阶段非精确排样方式（3NE），3NE排样方式的切割过程如图2所示。三阶段非精确排样方式顾名思义是三个阶段的刀路将板材切割成毛坯，参

考图2中可知少许毛坯块会涉及第四阶段。根据图2可以清楚地看到，同一阶段的剪切方向都是相同的，相邻阶段之间互相垂直。而排样的过程与切割过程相反。因为标准原料板往往认为是固定长宽（2440mm×1220mm），所以整个构造过程可以理解含有两次整数背包问题。

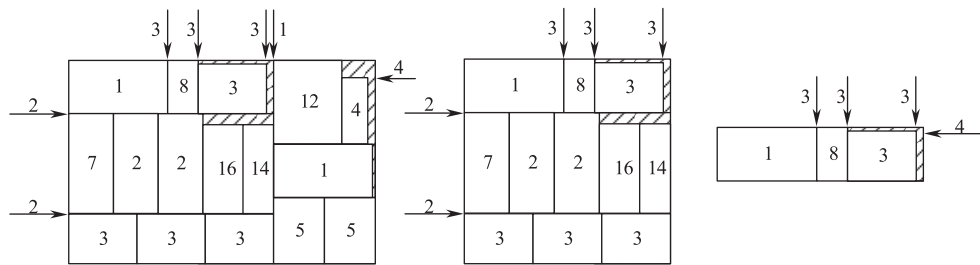


图2 三阶段非精确排样方式切割过程

- 1) 构造纹理单块毛坯规范长度集；
- 2) 纹理单块毛坯条带生成复合条带并生成当前复合条带规范集；
- 3) 复合条带组合成复合毛坯级；
- 4) 级组合成板；
- 5) 遗传退火算法优化定序生成排样布局方案。

#### 3.1 构造纹理单块毛坯规范长度集

由于在家具下料实际生产过程中需要考虑毛坯与板材纹理保持一致问题，所以本文将方向固定的毛坯组成的条带称为纹理单块毛坯条带，纹理单块毛坯条带的种类即认为是毛坯块种类数。对第*i*种毛坯，假设纹理单块毛坯条带的规范长度有以下设置：

规范长度的集合设为

$$L_s^{(i)} = \{x = z_i l_i, z_i \in N, 0 \leq x \leq L\} \quad (2)$$

规范宽度的集合设为

$$W_s^{(i)} = \{y = z_i w_i, z_i \in N, 0 \leq y \leq W\} \quad (3)$$

#### 3.2 生成具有最大价值的复合条带

在生成当前最大价值的复合条带的流程中，需要优先求解出最大价值的纹理单块毛坯条带中所含毛坯的需求量与此时最大价值（即当前最优利用率），求解具体步骤为先计算最大价值的毛坯需求数量后求解当前最优利用率，判定最优利用率纹理条带的简单条件就是此时其所含毛坯价值被判定为最大即可。

纹理单块毛坯条带  $x \times y$  中所包含的第  $i$  种毛坯数量的最大值设置为  $m_1^{(i)}(x, y)$ ，此时纹理单块毛坯条带  $x \times y$  的最大价值设置为  $s(x, y)$ ， $i$  种毛坯的数量假设为

1, ..., m; 可求得:

$$m_i^{(i)}(x, y) = \left\{ \text{int}(x/l_i) \times \text{int}(y/w_i), x \in L_s^{(i)}, y \in W_s^{(i)} \right\} \quad (4)$$

$$s(x, y) = \left\{ \max \left[ m_s^{(i)}(x, y) \times v_i \right], x \in P_s^{(i)}, y \in Q_s^{(i)} \right\} \quad (5)$$

式中,  $V_i$  为第  $i$  种毛坯的单块价值。

构造规范长度集可以很好地帮助我们简化计算流程, 所以在复合条带层面上本研究也需要设置相应的规范长度集, 设  $P$ 、 $Q$  为规范复合条带长度集的长、宽集合, 将长度集合  $P$  中的长度元素个数计为  $M$  个, 在  $X$  向复合条带中长度集合中的所有长度元素都应该小于原板材总长度  $L$ , 宽度集合  $Q$  中的宽度元素个数记为  $N$  个, 在只考虑  $X$  向问题中所有宽度元素也只需要小于原板材总长度  $L$  即可。如何判定这个复合条带是否为规范复合条带, 则只需要验证这个复合条带的长度是否在集合  $P$  中, 宽度是否被包含于集合  $Q$  中。

$$P = \left\{ x = \sum_{i=1}^m z_i l_i, z_i \in N, i = 1, \dots, m, 0 \leq x \leq L \right\} \quad (6)$$

$$Q = \left\{ y = \sum_{i=1}^m z_i w_i, z_i \in N, i = 1, \dots, m, 0 \leq y \leq W \right\} \quad (7)$$

由多组纹理单块毛坯条带水平方向排列的  $X$  向复合条带  $L_c \times W_c$  的最大价值设置为如下推导公式, 其中  $k_i$  为前置条件中所述的纹理单块毛坯条带的个数。

$$f_s^1(x, y) = \left\{ \max \left[ \sum_{i=1}^M k_i s(p_i, y) \right], \sum_{i=1}^M k_i p_i \leq x, k_i \in N \right\} \quad (8)$$

### 3.3 复合条带组合成复合毛坯级

级  $x \times W$  由复合条带组合而成,  $X$  向复合毛坯级包含一系列从上往下竖直排列的  $X$  向复合条带, 复合毛坯级由于人造板材开料的工艺要求, 意味着可以将复合条带合成复合毛坯级这一过程抽象为无限二维装箱问题, 通过整数背包算法来求解:

$$G(x) = \max \sum_{i \in I_x} [f_s^1(x, y) \gamma_i] \quad (9)$$

$$s.t. \sum_{i \in I_x} y \gamma_i \leq W, f_s^1(x, y) \gamma_i \leq d_i, \gamma_i \in N, x \in Q$$

式中,  $\gamma_i$  为复合条带在复合毛坯级  $x \times W$  中出现的次数。与前文中复合条带生成过程类似, 首先考虑复合毛坯级的规范长度集  $P_{\text{segment}}$ , 复合毛坯级的长度等于复合条带的长度集合。在确定复合毛坯级的规范长度集后同样需要求出复合毛坯级的最大价值及此时复合毛坯级达到最优价值  $G(x) = g_s(x, W)$  时集合中所包含的复合条带数量, 以下公

式中  $k_i$  为  $X$  向复合条带的个数。假设现有一最优复合毛坯级  $k$  为  $p_k \times W$ , 下一复合毛坯级  $k+1$  假设为  $p_{k+1} \times W$ , 判定条件为如果  $p_{k+1}/l_i \neq p_k/l_i$  且当前毛坯级  $k$  的价值等于毛坯级  $k+1$  的价值时, 那么当前类型复合毛坯就会重新安排进新的类型集合中。

$$g_s^1(x, y) = \left\{ \max \left[ \sum_{i=1}^N k_i f_s^1(x, q_i) \right], \sum_{i=1}^N k_i q_i \leq y, k_i \in N \right\}, \quad (10)$$

$$x, y \in P_{\text{segment}}$$

### 3.4 复合毛坯级组合成板

复合毛坯级  $x \times W$  同理可知也能抽象为如下整数背包问题的解, 其中  $t_k$  为复合毛坯级  $p_k \times W$  出现的次数:

$$V(x) = \max \sum_{k \in K_x} [G(x_k) t_k] \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K_x} p_k t_k \leq x, n(p_k, i) t_k \leq d_i, t_k \in N$$

设  $u(x, i)$  为某板中  $i$  型毛坯的数量。则在此时二维装箱问题采用背包问题解法选择约束条件, 大致可以理解根据价值容量选择放置数量, 可以将此类问题理解为多重背包问题, 但是在计算时单纯采用二进制的遍历方法会产生大量的计算, 所以引入动态规划来解答, 这样可以在程序设计这一步将底层解法简化为简单 01 背包问题类似的步骤:

$$h_{ki} = \min [n(p_k, i), d_i - u(x - q_k, i)] \quad (12)$$

$$V(x) = \max \left\{ V(x-1), \max_{k \in K_x} \left[ V(x - p_k) + \sum_{i=1}^m h_{ki} v_i \right] \right\} \quad (13)$$

将整个三阶段定位方法看成多重背包问题正好印证了其内在逻辑, 即将大问题打包成小问题解决。

### 3.5 GASA 算法优化定序编码

已知遗传算法具有较强的全局搜索能力且易于实现。其特点是通过参数的编码进行计算, 而非直接操作参数本身。然而, 这种方法是不需要传统意义上的梯度运算的, 因此会涉及大量随机运算, 并且在两代交叉变异的迭代过程中可能导致最优解的丢失。同时模拟退火算法擅长细致的局部搜索, 因此, 本文猜想将这两种算法结合可以实现优势互补。基于这两个算法的特点, 构建了一个遗传模拟退火算法。

#### (1) 染色体编码

根据遗传算法的基本原理可知, 有多少个染色体就需要设置多少个基因位, 编码顺序可理解为毛坯的排列顺序。另外, 由于考虑多数类型的原料板材开料时需要

顾及纹理问题（本文仅考虑  $X$  向横直纹板材的排样方案），为每个毛坯编码施加符号，0 表示毛坯横向纹，1 表示毛坯板竖纹，即理解为在编码处理时依据纹理符号对竖向纹理的毛坯进行交换长宽堆栈储存的内容操作，使得编码后的毛坯纹理方向与板材纹理方向一致，这样就将纹理问题简化为毛坯固定排样问题。

#### （2）染色体初始化

已知如果使用随机编码可以增加染色体的多样性，但在家具生产的大规模套裁问题上必然会导致该算法搜索效率偏低。因此本文在初始化方法上应该考虑在具体生产过程中一般为按照面积由大到小的顺序排入，这是由工厂实际生产的经验总结而来。初始阶段给定初始种群参数，迭代次数等设置即可。

#### （3）适应度函数设置

适应度函数设置为利用率，也就是当前的价值，满足当前适应度则筛选留下，否则去除。

#### （4）染色体交叉与变异

本文在正常的交叉操作后使用两点变异的方式<sup>[15]</sup>，独立随机产生两个基因位，将两个基因位进行交换则得到交叉变异后的子代；由于家具行业开料需考虑木材纹理问题，所以不考虑旋转变异方式。

#### （5）在变异后加入模拟退火算法

在遗传算法中当子代的适应度低于父代时会因为不满足适应度而直接被淘汰，所以会对最优结果的产生造成一定影响，并且很容易因为草率跳出循环而陷入局部最优。加入模拟退火算法之后即使子代适应度低于父代也会有被选择的概率。

#### （6）染色体解码

染色体的解码方式为上述三阶段非精确排样算法，经过染色体解码可以得到相应的布局方案。总结整理可得到以下流程。

步骤 1：输入板材及毛坯板信息；输入板材大小，毛坯板的长宽尺寸，数量及纹理方向。毛坯板纹理为横向直纹表示 0，竖向直纹表示 1，在编码处理时交换存储长宽的栈使得竖向直纹转换为横向直纹，生成目标序列。

步骤 2：设置初始种群、初始温度、降温系数、交叉概率和变异概率等参数。

步骤 3：利用三阶段非精确启发式算法计算种群适应度，进行交叉操作及两点变异。

步骤 4：计算适应度，判断种群是否满足终止条件，

如果满足，子代代替父代同时更新种群及最优个体，否则随机抽取父代和子代种群进行降温操作；再判断个体是否满足降温终止条件，如果满足，子代代替父代成为新的最优个体，否则返回降温操作直至结束。最后更新所有种群信息及当前全局最优个体。

步骤 5：判断是否达到最大迭代次数，如果满足则输出全局最优个体，结束流程。否则返回步骤 3 继续迭代直至结束。

## 4 计算实例与分析

本文算法采用 PyCharm Community Edition 2023 Python 编码，在计算机（4.30 GHz Intel，16 GB RAM）上运行。

### 4.1 经典算例测试结果

本研究使用的经典算例为 Hopper<sup>[13]</sup> 所使用的 7 组算例，共计 21 个试题，该文献算例被广泛地应用于排样算法的性能测试中。本文采用的对比算法包括 Hopper 的 BLF 结合遗传算法，Silva<sup>[16]</sup> 的三阶段匀质（3E）和 3NE 算法，Stephen<sup>[17]</sup> 基于宽度不变高度改变的条带算例提出的两阶段启发式算法（TS）及本研究根据 Silva 的两类算法分别与元启发式算法结合提出的四种改进算法（3EGA、3EGASA、3NEGA、3NEGASA）进行比较，每一个测试题都进行 8 次算法运行取平均最小高度，其中算例标准最低高度为算例文献中 BLGA 算法的高度。各算法性能评价与标准最低高度相关其计算公式如下：

$$G_{\text{aph}} = \frac{H - H_{\text{hop}}}{H_{\text{hop}}} \times 100\% \quad (14)$$

21 个毛坯方向均固定算例的 Gap 测试结果对比如图 3 所示。图中只有 BLF + GA 算法为不考虑“一刀切”约束，相比于其他启发式算法，该算法最为接近标准算例甚至测试结果存在少数优于标准算例，说明“一刀切”约束下板材放置规则被限制会大大影响板材利用率。A1P1 至 A2P3 属于量少类多（需求量基本为 1）的毛坯需求情况，3E、3NE 及 TS 算法在此六个算例中都展现出较为不错的效果；A3P1 至 A5P3 属于量多类少（毛坯需求量远大于种类数）的毛坯需求情况，此类算例中 3E 与元启发式算法结合的混合算法相比，3NE 启发式算法排样效果更优，但是两类启发式混合算法均比单一启发式算法与标准值的差异小。后六个算例属于量多类多的情况，可知所有“一刀切”的算法排样效果均优于前置算例结果，并且

3NE 混合启发式算法 (3NE+GASA 与 3NE+GA) 与标准最低高度的差距均小于其他算法。本研究所提出的 3NE + GASA 的混合启发式算法随着毛坯需求量与种类逐渐增多其适用性也会随之增强, 且在所有算例中, 该算法

与标准值差距较小也较为稳定, 不会因为不同需求而产生较差结果。本文算法得到的排样效果图同时符合板材锯切模式, 所以本文所提出的三阶段混合启发式算法具有更好的实用性与优越性。

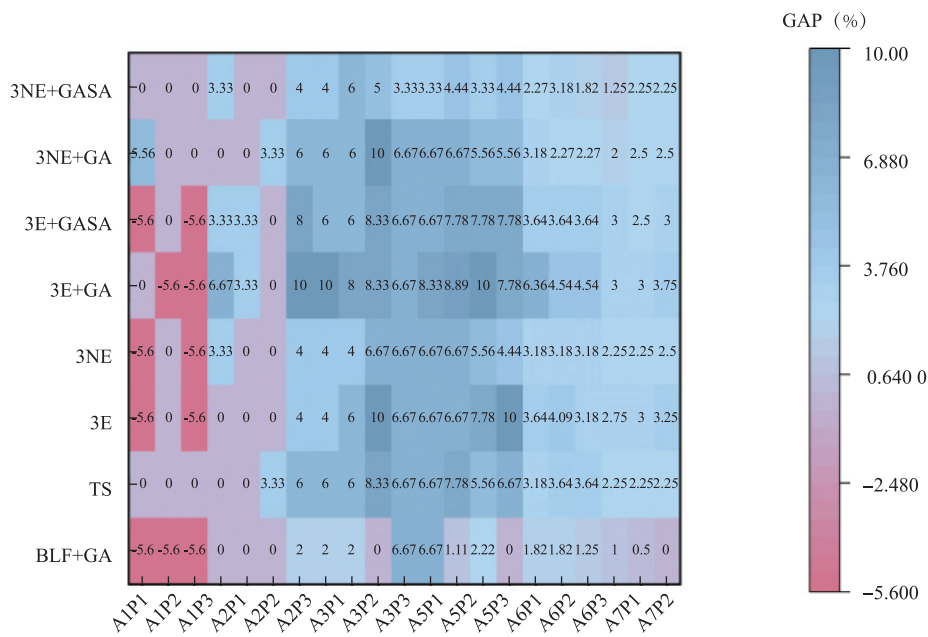


图3 算例测试结果

## 4.2 带工艺约束的实例实验与分析

不同板材纹理样式如图4所示, 在具体家具生产过程中, 待下料板材种类有人造板材与天然实木板材, 人造板中像图4a所示的密度板在下料过程中不需要考虑纹理问题, 而胶合板热压木皮之后则需要考虑板材的纹理方向问题, 如图4c可知纹理可分为山纹与直纹, 本研究在考虑纹理的问题中设定板材为长边 $X$ 向的横直纹胶合板。而实木指接板同样需要考虑纹理问题, 在此做同上设定并且设置实木指接板板长与标准人造板材尺寸相同, 为 $2440\text{mm} \times 1220\text{mm}$ 。以下试验数据来源于广州某家具公司在数控板材开料锯研发过程中所做板材锯切试验, 八个批次矩形毛坯种类数量, 纹理方向及总数见表1。批次4A的排样矩形件数量和尺寸见表2。

根据A组算例结果, 考虑“一刀切”约束时, 对不考虑纹理方向的密度板等板材的下料问题, 选取两阶段启发式TS、3NE、3E+GASA和3NE+GASA四类算法; 对于考虑纹理方向问题的胶合板等人造板和实木指接板下料问题, 选取TS、3E+GASA、3NE、3NE+GA和3NE+GASA五种算法。为控制实验变量, 3E、3NE与

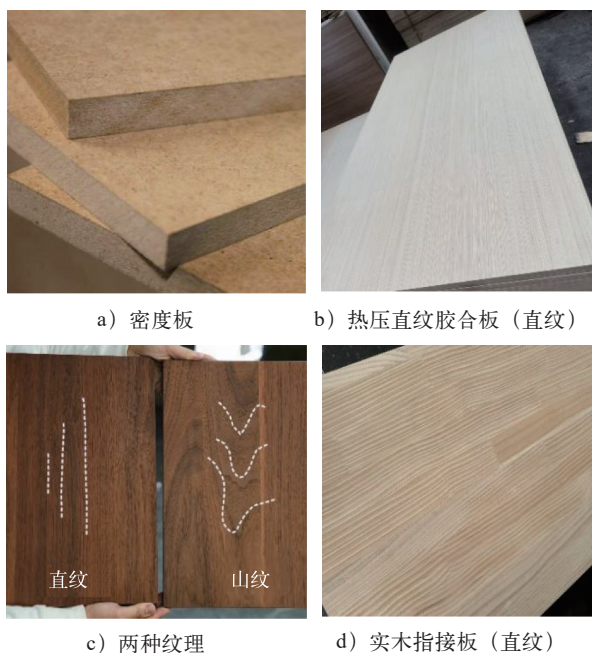


图4 不同板材纹理样式图

TS算法最大边界阈值选择为110, 遗传算法与遗传退火算法共享参数设置, 并且不考虑纹理下料与考虑纹理下

料共用上表所示 8 个实例。由于篇幅有限,排样结果挑选 3NE+GASAT (T 为考虑纹理)、考虑纹理的两阶段启发式和 3E+GASAT 三个算法,下料结果图如图 5 所示,无底色为不考虑纹理下料图。

表 1 毛坯种类及数量批次统计

| 毛坯批次 | 毛坯种类 | 毛坯数量 | 纹理方向  |
|------|------|------|-------|
| 1A   | 22   | 2390 | 0     |
| 1B   | 35   | 2266 | 0 和 1 |
| 2A   | 89   | 775  | 0     |
| 2B   | 132  | 744  | 0 和 1 |
| 3A   | 256  | 1224 | 1     |
| 3B   | 274  | 1886 | 1 和 0 |
| 4A   | 579  | 3244 | 0 和 1 |
| 4B   | 624  | 8627 | 0 和 1 |

注:其中横向直纹为 0,竖向直纹为 1

待下料板材设置为单一尺寸即标准人造板板材尺寸 2 440mm × 1 220mm,为评估所提出的改进三阶段启发式算法的性能,与文献 [16] 和文献 [17] 算法进行实验对比,分别取对比多种算法运行 10 次后板材利用率平均值见表 3,前两组 4 个实例属于量多类少的需求问题,后两组 4 个实例属于量多类多的毛坯需求问题。在不考虑纹理方向的板材下料问题上,两阶段和三阶段所有的算法中毛坯的长和宽统一都视作边,不做区分,按照长边优先原则对于相同长度的边可进行旋转后拼接,所以考虑纹理方向的板材下料问题。由于需要区分长宽不可旋转导致板材利用率均低于前者,且在不考虑纹理方向的下料问题中本研究改进的三阶段混合启发式算法在利用率上均优于文献 [16] 和文献 [17] 的算法。对于考虑纹理方向的板材下料问题可得知,两阶段启发式算法或普通三阶段算法的板材利用率均低于三阶段启发式混合算法(对应表中后三种),这说明三阶段定位算法与 GASA 等元启

表 2 批次 4A 毛坯板数据

| 编号    | 订单号          | 毛坯名称  | 加工长度/mm | 宽度/mm | 厚度/mm | 纹理方向  | 数量/块  |
|-------|--------------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|
| 1     | HS-00594-9-0 | 背板    | 2 147   | 517   | 16    | 0     | 3     |
| 2     | HS-00594-9-0 | 背板    | 1 998   | 558   | 16    | 0     | 4     |
| 3     | HS-00594-9-0 | 抽底    | 396     | 45    | 16    | 1     | 6     |
| ..... | .....        | ..... | .....   | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 2344  | HS-00594-9-0 | 背板    | 2 264   | 445   | 16    | 1     | 1     |

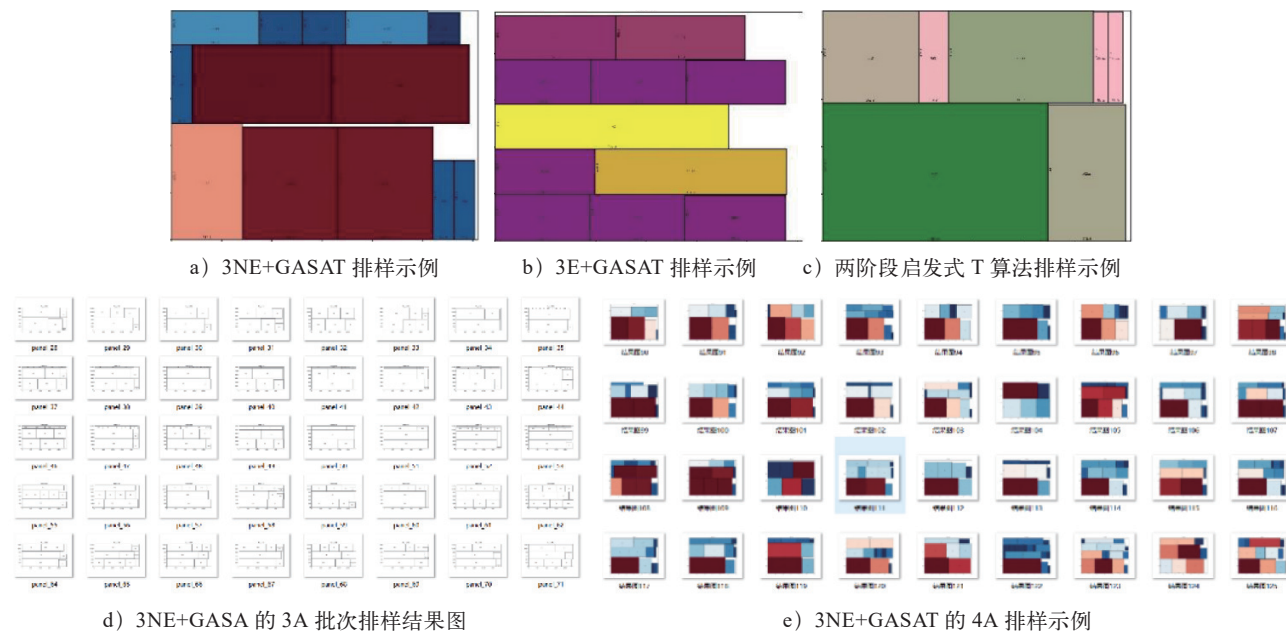


图 5 排样结果示例

发式算法结合改进的混合算法对二维矩形零件排样问题在定位定序上都具有较好的优化效果。

无论有无纹理约束，毛坯需求大致相同，而种类越多 3NE 排样方式的优势越大；毛坯种类数大致相同，而板材数量越多 3NE 排样方式的利用率也越高，因此 3NE 定位排样算法更适合大规模多种类的套裁排样。两类问题中解码的定位策略使用 3NE 算法时对比不同的元启发式算法结果可知，尤其在有纹理约束情况下，GASA 算法的定序调整能力相比于传统 GA 算法更为有效，显然前者的优化能力更适用于板材不可旋转的下料生产。对比两类问题可知 3E+GASA 在无纹理下料问题上比考虑纹理的

问题利用率平均高 5.98%，利用率差距  $\in [5.07\%, 6.93\%]$ ；而 3NE+GASA 算法在无纹理问题上的利用率比后者平均高 2.45%，利用率差距  $\in [1.79\%, 4.14\%]$ ，从无纹理下料生产到考虑纹理方向的下料生产，3E+GASA 的利用率平均降低速度约为后者的 3 倍，可知 3NE+GASA 算法在考虑纹理方向的下料问题上具备更高适用性。所以本研究改进的 3E+GASA 算法与 3NE+GASA 算法在“一刀切”板材下料问题上都具有较优化效果，且提出的三阶段非精确混合启发式算法即 3NE+GASA 算法能够较好适应考虑纹理方向的各类板材套裁下料生产场景。

表 3 实验结果 (%)

| 毛坯批次 | 板材为密度板等不考虑纹理方向的问题 |           |               |                | 板材为胶合板或实木指接板等考虑纹理方向的问题 |           |               |              |                |
|------|-------------------|-----------|---------------|----------------|------------------------|-----------|---------------|--------------|----------------|
|      | $V_{TS}$          | $V_{3NE}$ | $V_{3E-GASA}$ | $V_{3NE-GASA}$ | $V_{TS}$               | $V_{3NE}$ | $V_{3E-GASA}$ | $V_{3NE-GA}$ | $V_{3NE-GASA}$ |
| 1A   | 89.45             | 91.44     | 93.56         | 94.34          | 86.65                  | 87.25     | 89.70         | 89.68        | 90.20          |
| 1B   | 88.68             | 92.48     | 92.60         | 95.22          | 85.86                  | 86.97     | 88.68         | 88.92        | 91.36          |
| 2A   | 88.24             | 91.58     | 92.14         | 93.78          | 85.92                  | 85.73     | 88.24         | 90.10        | 91.80          |
| 2B   | 89.49             | 91.96     | 91.56         | 94.22          | 86.32                  | 86.11     | 87.94         | 89.83        | 92.43          |
| 3A   | 89.70             | 92.33     | 93.42         | 94.56          | 86.37                  | 86.49     | 87.45         | 89.76        | 90.72          |
| 3B   | 88.59             | 92.61     | 91.62         | 95.36          | 86.85                  | 85.97     | 88.59         | 90.89        | 92.09          |
| 4A   | 87.94             | 93.04     | 92.67         | 95.43          | 87.16                  | 86.32     | 89.49         | 91.21        | 92.72          |
| 4B   | 88.06             | 93.38     | 93.28         | 95.67          | 88.54                  | 88.21     | 90.06         | 90.90        | 93.42          |

5 结论

本研究对现有大规模套裁排样方案毛坯板材多，尺寸种类丰富，板材与毛坯纹理导致毛坯不可旋转等问题，给出了详细的三阶段非精确的定位排样算法。结合遗传算法中两点变异后加入模拟退火操作设计合适的启发式算法流程，通过经典算例对阈值上限修改以及启发式算法参数的分析，确定所有参数取值完成求解。实验结果表明本文算法同时适用于有无纹理要求两种情况的标准板材下料问题，且三阶段非精确排样方式也适用于锯切排样场景下的其他制造业排样，例如玻璃、PCB 板排样、钢材卷材排样。但是本研究并未考虑如果该算法应用于异形件下料过程中，可能造成异形件毛坯排入异形件复合条带时，因为最大尺寸及不能旋转等约束而造成原材料浪费的问题；且本研究仅限于标准尺寸板材为原料板材的排样，从实际生产过程中来看，工厂往往为

节能减排会将能够二次下料的大板余料也加入原板材库进行排样，所以考虑多尺寸原料板材的套裁开料也会成为后续改进的新方向。

参考文献

[1] 熊先青, 吴智慧. 家居产业智能制造的现状与发展趋势 [J]. 林业工程学报, 2018 (6) : 11-18.

[2] 唐敏. 面向实木板材的锯切优选系统设计 [D]. 南京: 南京林业大学, 2022.

[3] 陈秋莲, 王成栋. 二维剪切排样的束搜索启发式算法 [J]. 计算机工程与应用, 2017, 53 (9) : 236-239, 257.

[4] HIFI M, ZISSIMOPOULOS V. Constrained two-dimensional cutting: an improvement of Christofides and Whitlock's exact algorithm [J]. Journal of the Operational Research Society, 1997, 48 (3) : 324-331.

- [5] CUI Y, ZHAO Z. Heuristic for the rectangular two-dimensional single stock size cutting stock problem with two-staged patterns [J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 231 (2) : 288-298.
- [6] MARTIN M, YANASSE H H, SANTOS M O, et al. Models for two- and three-stage two-dimensional cutting stock problems with a limited number of open stacks [J]. *International Journal of Production Research*, 2023, 61 (9) : 2895-2916.
- [7] CUI Y, HUANG B. Heuristic for constrained T-shape cutting patterns of rectangular pieces [J]. *Computers & Operations Research*, 2012, 39 (12) : 3031-3039.
- [8] CUI Y. Heuristic and exact algorithms for generating homogenous constrained three-staged cutting patterns [J]. *Computers & Operations Research*, 2008, 35 (1) : 212-225.
- [9] 潘卫平, 樊治平, 黄敏, 等. 二维板材排样问题的递归多块布局算法 [J/OL]. *计算机集成制造系统*, 1-16[2024-12-28]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.TP.20230926.1746.002.html>.
- [10] WANG D, XIAO F, ZHOU L, et al. Two-dimensional skiving and cutting stock problem with setup cost based on column-and-row generation [J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 286 (2) : 547-563.
- [11] SILVA E, OLIVEIRA J F, SILVEIRA T, et al. The Floating-Cuts model: a general and flexible mixed-integer programming model for non-guillotine and guillotine rectangular cutting problems [J]. *Omega*, 2023(114): 102738.
- [12] 夏以冲, 陈秋莲, 宋仁坤. 基于自适应遗传模拟退火算法的矩形件排样 [J]. *计算机工程与应用*, 2018, 54 (22) : 229-232, 245.
- [13] HOPPER E, TURTON B C H. An empirical investigation of meta-heuristic and heuristic algorithms for a 2D packing problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 128 (1) : 34-57.
- [14] 潘卫平, 陈秋莲, 崔耀东, 等. 多板材单一矩形件下料问题的一种求解算法 [J]. *锻压技术*, 2014, 39 (11) : 6-10.
- [15] 王莉. 矩形件排样问题的遗传模拟退火混合求解算法 [J]. *锻压技术*, 2021, 46 (8) : 70-76.
- [16] SILVA E, ALVELOS F, CARVALHO J M V D. An integer programming model for two- and three-stage two-dimensional cutting stock problems [J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 205 (3) : 699-708.
- [17] LEUNG S C H, ZHANG D, SIM K M. A two-stage intelligent search algorithm for the two-dimensional strip packing problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 215 (1) : 57-69.

作者简介: 张然 (2000—), 女, 硕士, 学生, 主要研究方向为林业装备与智能制造。

吴新风 (通信作者) (1982—), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向为家具加工装备与自动化、家具材料与工艺。

收稿日期: 2024-11-27