

[电机]

基于自适应递归最小二乘法永磁同步电机在线参数辨识与转矩优化

文/王刚毅¹ 余志浩² 李中启³ 彭泽光⁴ 欧阳双龙¹ 谭静¹

1. 湖南城建职业技术学院建筑设备工程系; 2. 中车株洲电力机车研究所有限公司; 3. 湖南工业大学轨道交通学院;
4. 湖南科技大学信息与电气工程学院

传统最小二乘辨识策略应用在永磁同步电机时, 仍存在数据饱和与噪声干扰问题, 导致辨识误差大与实时辨识速度变慢的问题。在递归最小二乘基础之上, 设计一种自适应递归最小二乘法辨识算法, 在传统的最小二乘法中考虑到噪声与辨识残差的影响, 构建自适应遗忘因子, 并在此参数辨识基础上进行转矩优化。通过仿真实验对所设计的算法效率, 辨识准确度以及对所提升的转矩效率进行验证。

永磁同步电机 (Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM) 因体积占用小, 重量轻便, 较大的功耗利用比、可根据不同要求易实现不同控制方式, 在多种控制系统中广泛存在^[1-3]。其中伺服系统在实际控制过程中, 存在对控制指标进行高跨度, 高准确度跟随的控制, 对这一问题的解决落实在对被控电磁模型的准确建立, 获取定转子的动态物理参数成为关键。而在其实际运行中, 电磁参数会受多种内外条件包括热力, 电枢绕组电流波动, 磁通非线性因素的影响, 而如果将电机参数完全固定, 又会减弱电机的控制性能与系统鲁棒性。

目前使用的参数辨识方法: 最小二乘方法、随机梯度辨识方法、随机逼近法^[4-6]、智能进化计算等方法估计参数^[7-12]这些都是常用的参数辨识策略。文献[13]设计了一种扩展卡尔曼滤波器的参数辨识方法, 它从收集的不完全噪声中进行测量而计算出系统中的精确状态值, 提高辨识准确度和系统外推数据能力, 抗噪能力强, 辨识效率高, 表贴式永磁同步电机中电路结构简单, d 、 q 轴的电感相同, 此时采用该方法部署便宜, 但算法中的 P 、 Q 的随机不确定性与系统状态的关联性较强, 易产生互相干

扰; 文献[14]基于模型参考自适应方法, 该方法在对于参数在线估计中收敛较快, 其缺点在于其辨识精度极大地依赖于初始参数的准确性, 且鲁棒性较差; 文献[15]采用最小二乘法进行实时回归分析确定所需参数, 再以获得的精确参数为基础开发了动态自适应PI调节器, 其实验结果表明在控制系统中通过参数辨识来获取精确状态量再反馈至控制系统中, 可提升系统的鲁棒性, 但其结果仍存在超调与震荡的不足; 文献[16-17]将高频低赋值信号注入进电枢绕组, 再通过外插法经锁相环将状态向量从中解调, 再以 d 、 q 轴电压、电流特征信号为输入状态量进行递推最小二乘辨识出运行电阻值。文献[18]提出准稳态辨识新方法, 在传统的最小二乘法中加入新的算子构成有遗忘因子的递推最小二乘法 (Recursive Least Squares With a Forgetting Factor, FFRLS), 增强对参数的实时获取, 其计算准确性较高。

内埋式永磁同步电机的 d 、 q 轴电感不相等导致辨识参数增加, 辨识模型变得更加复杂, 而最小二乘法 (Recursive Least Squares, RLS) 及带有遗忘因子的递推最小二乘法在对新数据进行辨识时会由

基金项目: 湖南省教育厅科学研究项目/一般项目 (23C0524)

于噪声及干扰信号的影响而造成系统鲁棒性变弱，影响获取参数准确度，对稳定性也有负面影响。因此，考虑到系统输入的新数据会导致辨识结果不稳定甚至不收敛，同时以噪声与其他干扰导致的残差大小作为是否采信新数据判断标准，引入自适应遗忘因子以实时调整辨识机理，确保辨识收敛，增强对数据泛化能力，设计具有“自适应遗忘因子”动态折息最小二乘法（Discount Recursive Least Square, DRLS）辨识策略，在考虑了辨识残差对辨识结果收敛的影响后，设计了动态遗忘因子。

数学模型

永磁同步电机其机理模型分类为非线性系统，具有物理特征量多、状态量之间耦合性强的特点。多采用转子磁链定向的矢量控制技术对其进行控制，将转子磁链方向做矢量空间的坐标参考系，确定坐标轴后对电枢电流进行矢量化解耦为两个方向的电流分量，与转子磁链同方向的励磁分量，与该方向正交的转矩分量，实现了对电机转矩与磁链的解耦为之后的独立控制做基础。图1为带转速传感器的永磁同步电机矢量控制框图。

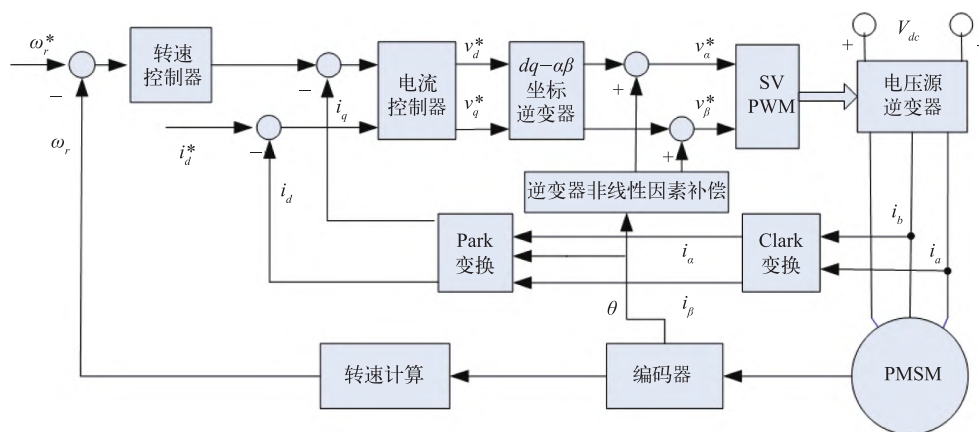


图1 矢量控制图

在设立的坐标系下，以电流 i_d 、 i_q 为状态量建立系统方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \frac{-R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} \omega_e i_q + \frac{u_d}{L_d} \\ \frac{di_q}{dt} &= \frac{-R_s}{L_q} i_q + \frac{L_d}{L_q} \omega_e i_d + \frac{u_q - \omega_e \psi_f}{L_q} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中， u_d 、 u_q 、 i_d 、 i_q 分别为 d 轴电压、电流； R_s 为绕组相电阻阻值； ω_e 为电角速度； ψ_f 为磁链值； L_d 、 L_q 分别为 d 、 q 轴电感。

在构建永磁同步电机辨识模型时，由于存在非线性量，应用最小二乘法辨识时，需要将电流微分量在电流方程进行差分离散化，出于满秩辨识的需要，以转速 ω_e 为已知常量，以帕德逼近^[19]法将电流方程式（1）离散化为

$$\left. \begin{aligned} i_d(k) &= \beta_{d1} i_d(k-1) \\ &\quad + \beta_{d2} \omega_e(k) i_q(k) \\ &\quad + \beta_{d3} [u_d(k) + u_d(k-1)] \\ i_q(k) &= \beta_{q1} i_q(k-1) + \beta_{q2} \omega_e(k) i_d(k) \\ &\quad + \beta_{q3} [u_q(k) + u_q(k-1)] + \beta_{q4} \omega_e(k) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中，参数 $\beta_{d1} \sim \beta_{d3}$ 和 $\beta_{q1} \sim \beta_{q4}$ 分别满足如下关系

$$\left. \begin{aligned} \beta_{d1} &= \frac{T_s R_s - 2L_d}{R_s T_s + 2L_d} \\ \beta_{d2} &= \frac{-L_q T_s}{R_s T_s + 2L_d} \\ \beta_{d3} &= \frac{T_s}{R_s T_s + 2L_d} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_{q1} &= \frac{-T_s R_s + 2L_q}{R_s T_s + 2L_q} \\ \beta_{q2} &= \frac{-L_d T_s}{R_s T_s + 2L_q} \\ \beta_{q3} &= \frac{T_s}{R_s T_s + 2L_q} \\ \beta_{q4} &= \frac{-T_s \omega_e L_d}{R_s T_s + 2L_q} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中， T_s 为离散系统的采样时间。由于系统方程自由量过多，直接进行辨识会引起过大工作量与陷入局部最优的问题，本文采取固定永磁体与定子耦合的磁链分量 ψ_f 为常数，原因为此向量是由永磁体

提供较为稳定, 将 φ_r 固定为常数后, 式(3)或式(4)决定的约束大致相同, 则只需选取式(3)或式(4)中的一式用作参数估计, 本文选择式(3)。根据式(3)列出输入矩阵与输出矩阵为

$$\varphi^T(k) = \begin{bmatrix} i_d(k-1) \\ \omega_e(k)i_q(k) + \omega_e(k-1)i_q(k-1) \\ u_d(k) + u_d(k-1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$y(k) = i_d(k) \quad (6)$$

由式(2)、式(3)、式(5)和式(6)可得

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta(k) \quad (7)$$

式中, $\theta(k) = [\beta_{d1} \ \beta_{d2} \ \beta_{d3}]^T$ 为系统所需辨识参数的相关矩阵。在电机系统运行过程中, 伺服系统会自己产生噪声或者被外界噪声所影响。考虑内外干扰影响, 式(7)、式(5)可以写成

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta(k) + v(k) \quad (8)$$

式中, $v(k)$ 为白噪声代替实际噪声。确定辨识方程后, 采取动态最小二乘对矩阵 $\theta(k)$ 进行辨识得出矩阵中的所需辨识参数, 而后经由式(3)推导出电阻、电感等参数, 实现系统辨识。

一种基于误差反馈的动态遗忘因子递推最小二乘法

1. 最小二乘概述

传统的数学模型存在欠秩问题, 这也是参数辨识技术关键问题, 在最小二乘法中对这一问题的解决是采取添加正则化项, 将原病态问题转化成良态问题进行解决。

对传统的最小二乘模型(6)进行拓展, 取 $k=1, 2, \dots, L$ (L 为数据的长度), 建立表达式为

$$\begin{cases} y(1) = \varphi^T(1)\theta + e(1) \\ y(2) = \varphi^T(2)\theta + e(2) \\ \dots \\ y(k) = \varphi^T(k)\theta + e(k) \end{cases} \quad (9)$$

将上述表达式写成矩阵的形式, 得到

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(L) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi^T(1) \\ \varphi^T(2) \\ \vdots \\ \varphi^T(L) \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \vdots \\ e(L) \end{bmatrix} \quad (10)$$

规定 Y_k 为输出矩阵, H_k 为信息矩阵, V_k 噪声向量为

$$\begin{aligned} Y_k &= \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(L) \end{bmatrix} \\ H_k &= \begin{bmatrix} \varphi^T(1) \\ \varphi^T(2) \\ \vdots \\ \varphi^T(L) \end{bmatrix} \\ V_k &= \begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \vdots \\ e(L) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

则, 式(10)、式(8)可以写成

$$Y_k = H_k \theta + V_k \quad (12)$$

针对式(11), 定义如下的准则函数为

$$\begin{aligned} J(\theta) &= \sum_{k=1}^L \left[y(k) - \varphi^T(k) \hat{\theta} \right]^2 \\ &= [Y_k - H_k \theta]^T [Y_k - H_k \theta] \end{aligned} \quad (13)$$

此方程实际意义在于预测值与实际值相等即误差最小或者等于零, 使 $J(\theta)$ 最小化或直接等于零, 即 $\min(J(\theta)) = J(\theta)|_{\theta=\hat{\theta}_{LS}}$, 使估计值 $\hat{\theta}_{LS}$ 接近乃至等于参数 θ 。预设辨识值与实际值误差最小处发生在 $J(\theta)$ 极小值点处, 对式(13)求导数并使其为0, 得到

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\hat{\theta}_{LS}} = -2H_k^T [Y_k - H_k \theta] = 0 \quad (14)$$

即, θ 的参数估计值 $\hat{\theta}_{LS}$ 满足

$$(H_k^T H_k) \hat{\theta}_{LS} = H_k^T Y_k \quad (15)$$

辨识输入的电流, 电压, 电磁转矩量即 $\varphi^T(k)$ 有足够数据, 可以得到参数的递推最小二乘估计为

$$\hat{\theta}_{LS} = (H_k^T H_k)^{-1} H_k^T Y_k \quad (16)$$

令

$$P^{-1}(k) = H_k^T H_k = \sum_{k=1}^L \varphi(k) \varphi^T(k) \quad (17)$$

其中, $P(k)$ 称为协方差矩阵。因此, 有

$$P^{-1}(k) = P^{-1}(k-1) + \varphi(k) \varphi^T(k) \quad (18)$$

2. 自适应遗忘因子的引入与更新

遗忘因子选取一般选择为常数, 适当选取遗忘因子可以更好地进行辨识, 较小的遗忘因子可以加快递推算算法的收敛速度, 而遗忘因子取值过小则可能导致算法对新数据过于敏感, 导致辨识参数不稳

定,此时增大遗忘因子则可以增加算法的稳定性,它赋予历史数据更大的权重,而过大的遗忘因子又可能导致算法收敛速度变慢,甚至无法收敛。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon(k) &= y(k) - \varphi(k)^T \hat{\theta}(k-1) \\ &= \varphi(k)^T e(k-1) + v(k) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

残差 $\varepsilon(k)$ 主要由噪声向量 $e(k)$ 引起,残差为衡量输出矩阵偏离程度的计算指标,辨识误差则用来表示对所得辨识参数进行误差追踪, $v(k)$ 测量噪声对 $\varepsilon(k)$ 影响很小。为了同时保持算法的快速收敛和稳定性,在残差 $\varepsilon(k)$ 较大时,需实时调小遗忘因子,提升算法的跟踪速度,保证快速收敛;在残差 $\varepsilon(k)$ 较小时,需实时调大遗忘因子,综合之前递推的旧数据,提高稳定性。引入

$$R(k) = \begin{cases} \frac{y(k-1) - \varphi^T(k-1)\theta(k-2)}{y(k) - \varphi^T(k)\theta(k-1)}, & \varepsilon(k) \neq 0 \\ 1, & \varepsilon(k) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

根据准则函数最小化条件,参数估计值由式(16)确定

$$\left. \begin{aligned} \frac{y(k-1) - \varphi^T(k-1) \sum_{k=1}^L \varphi(k-2) \varphi^T(k-2)}{\sum_{k=1}^L \varphi(k-2) \varphi^T(k-2)} \\ \frac{y(k) - \varphi^T(k) \sum_{k=1}^L \varphi(k-1) \varphi^T(k-1)}{\sum_{k=1}^L \varphi(k-1) \varphi^T(k-1)} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

对遗忘因子 $\lambda(k)$ 考虑实时残差变化对其更新进行设计,令

$$\lambda_{AP}(k) = \lambda_{AP}(k-1)R(k) \quad (22)$$

设计“自适应因子”为

$$\left. \begin{aligned} \Gamma(L, k) &= \lambda(k)_{AP} \Gamma(L-1, k) \\ \Gamma(L, L) &= \alpha(L) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中, $\lambda(k)_{AP}$ 为自适应遗忘因子; $\alpha(k)$ 为初始权重因子,初值取为1,算法即为一般最小二乘法。由式(22)能够导出自适应因子与初始权重因子、自适应遗忘因子的关系为

$$\Gamma(L, k) = \left[\prod_{i=1}^L \lambda_{AP}(i) \right] \alpha(k) \quad (24)$$

以式(12)、式(13)为基础,引入自适应遗忘因子后,准则函数可更新为

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^L \Gamma(L, k) [y(k) - \varphi^T(k)\theta]^2 \quad (25)$$

对新准则函数进行极小化处理后,参数估计值 $\hat{\theta}_{LS}$ 需满足

$$\hat{\theta}_{LS} = (H_k^T \Gamma_k H_k)^{-1} H_k^T \Gamma_k H_k \quad (26)$$

其中

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} \Gamma(L, 1) & & & 0 \\ & \Gamma(L, 2) & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & \Gamma(L, L) \end{bmatrix} \quad (27)$$

再令

$$P^{-1}(k) = \sum_{k=1}^L \varphi(k) \Gamma(L, k) \varphi^T(k) \quad (28)$$

对更新自适应遗忘因子式(22),新协方差矩阵式(28)可变换为

$$P^{-1}(k) = \lambda(k)P^{-1}(k-1) + \alpha(k)\varphi(L)\varphi^T(L) \quad (29)$$

根据式(24)、式(26)、式(28),得出自适应递归最小二乘辨识,其求解公式为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + L(k) \times [y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1)] \\ L(k) &= \frac{P(k-1)\varphi(k)}{[\lambda(k)/\alpha + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)]} \\ P(k) &= \frac{1}{\lambda(k)} [I - L(k)\varphi^T(k)]P(k-1) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

式中, $L(k) = \alpha P(k)\varphi(k)$, $L(k)$ 为增益矩阵。其中,自适应遗忘因子 λ 一般取值在 $0 < \lambda \leq 1$,加权因子 α 则为 $0 < \alpha \leq 1$ 。加权因子 α 建立遗忘因子的动态调整,而遗忘因子 λ 起到对数据置信进行筛选的功能。

建立的遗忘因子 $\lambda(k)$ 修正公式为

$$\left. \begin{aligned} \lambda(k) &= \lambda(k-1)R(k) \\ &= \lambda(k-1) \frac{y(k-1) - \varphi^T(k-1)\theta(k-2)}{y(k) - \varphi^T(k)\theta(k-1)} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

动态遗忘因子递推最小二乘法具体递推公式为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta}(k) &= \dot{\theta}(k-1) + L(k) \times [y(k) - \varphi^T(k)\dot{\theta}(k-1)] \\ L(k) &= \frac{P(k)\varphi(k)}{[\lambda(k)/\alpha + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)]} \\ P(k) &= \frac{1}{\lambda(k)} [I - L(k)\varphi^T(k)]P(k-1) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

3. 稳定性分析

本小节采取李雅普诺夫稳定性理论,分析自适应递归最小二乘法的参数收敛性与系统稳定性。在式(31)中进一步得出

$$\left. \begin{aligned} \lambda(k) &= \alpha(k)\lambda(k-1) + [1-\alpha(k)] \frac{\varepsilon(k)^2}{\varepsilon(k)^2 + \delta} \\ \alpha &\in (0,1), \delta > 0 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

上式通过残差动态调整遗忘因子，平衡新旧数据权重。在持续激励（PE）下存在常数 $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ 和整数 N ，使得 $\alpha_1 I \leq \sum_{i=k-N}^k \varphi(i)\varphi(i)^T \leq \alpha_2 I, \forall k$ 该条件保证回归向量的线性无关性，是参数收敛的关键前提。

由增益矩阵 $K(k)$ 与协方差矩阵 $P(k)$ 联合求得

$$P(k+1)^{-1} = \lambda(k) \left[P(k)^{-1} + \frac{\varphi(k)\varphi(k)^T}{\lambda(k) + S(k)} \right] \quad (34)$$

式中， $S(k) = \varphi(k)^T P(k) \varphi(k)$ ， $P(k+1)^{-1}$ 由前一刻协方差逆矩阵与当前回归向量决定。

定义李雅普诺夫函数

$$V(k) = e(k)^T P(k)^{-1} e(k) \quad (35)$$

因为 $P(k)$ 是对称正定矩阵（协方差矩阵性质），故 $V(k) \geq 0$ ，只有 $e(k)=0$ 才能使 $V(k)=0$ 。 $\hat{\theta}(k+1) = \theta(k) + K(k)\varepsilon(k)$ 由式（30）中的参数更新方程与 $e(k) = \theta - \hat{\theta}(k)$ 估计误差联合可得误差递推关系

$$\left. \begin{aligned} e(k+1) &= e(k) - K(k)\varepsilon(k) \\ &= (I - K(k)\varphi(k)^T) e(k) - K(k)v(k) \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

将残差 $\varepsilon(k) = y(k) - \varphi(k)^T \hat{\theta}(k)$ 代入，展开李雅普诺夫函数差分

$$\Delta V(k) = V(k+1) - V(k) \quad (37)$$

利用协方差矩阵更新性质，展开并保留主项（忽略 $v(k)^2$ ）

$$\left. \begin{aligned} V(k+1) &= \lambda(k) \left[V(k) - \frac{(\varphi(k)^T e(k))^2}{\lambda(k) + S(k)} \right. \\ &\quad \left. + v(k)^T K(k)^T P(k)^{-1} K(k) v(k) \right] \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

将协方差矩阵与误差方程代入，展开并保留主项（忽略 $v(k)^2$ ）高阶小项）可得

$$\left. \begin{aligned} V(k+1) &= \left[(I - K(k)\varphi(k)^T) e(k) - K(k)v(k) \right]^T \\ &\quad \lambda(k) \left[P(k)^{-1} + \frac{\varphi(k)\varphi(k)^T}{\lambda(k) + S(k)} \right] \\ &\quad \left[(I - K(k)\varphi(k)^T) e(k) - K(k)v(k) \right] \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

利用增益矩阵 $K(k) = P(k)\varphi(k)/(\lambda(k) + S(k))$

可化简交叉项 $(I - K(k)\varphi(k)^T)P(k)^{-1} = P(k)^{-1} - \frac{\varphi(k)\varphi(k)^T}{\lambda(k) + S(k)}$ 代入后消去二次项，得

$$\left. \begin{aligned} V(k+1) &= \lambda(k)e(k)^T P(k)^{-1} e(k) \\ &\quad - \lambda(k) \frac{(\varphi(k)^T e(k))^2}{\lambda(k) + S(k)} \\ &\quad + \lambda(k)v(k)^T K(k)^T P(k)^{-1} K(k)v(k) \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

由于 $\lambda(k) \leq 1$ ，且 $\frac{(\varphi(k)^T e(k))^2}{\lambda(k) + S(k)} \geq 0$ ，第二项非正，可得李雅普诺夫函数收敛于

$$V(k+1) \leq \lambda(k)V(k) + \lambda(k)\|K(k)\|^2 v(k)^2 \quad (41)$$

进一步利用 $\|K(k)\| \leq \|P(k)\varphi(k)\|/\lambda(k)$ 和PE条件，存在常数 $\beta > 0$ ，使得

$$V(k+1) \leq \lambda V(k) + \beta \sigma_v^2 \quad (42)$$

其中 $\lambda = \max\{\lambda(k)\} \in (0,1)$ 为遗忘因子上界， β 为与 α_1, α_2 相关的正常数。

对（40）式递推展开

$V(k) \leq \lambda^k V(0) + \beta \sigma_v^2 \sum_{i=0}^{k-1} \lambda^i$ ，由于 $\lambda \in (0,1)$ ，几何级数收敛 $\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i = \frac{1}{1-\lambda}$ ，故 $V(k)$ 有界

$$\left. \begin{aligned} V(k) &\leq \lambda^k V(0) + \frac{\beta \sigma_v^2}{1-\lambda} \\ \limsup_{k \rightarrow \infty} V(k) &\leq \frac{\beta \sigma_v^2}{1-\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

表明参数估计误差的加权范数始终有界，系统稳定。

当满足持续激励条件时，存在 N ，使得

$\sum_{i=k-N}^k \varphi(i)\varphi(i)^T \geq \alpha_1 I$ 结合协方差矩阵更新公式，可证 $P(k) \rightarrow 0$ （协方差矩阵收敛到零矩阵），从而 $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k)^T P(k)^{-1} e(k) \leq \text{有界} \Rightarrow e(k) \rightarrow 0$ 即参数估计误差 $e(k)$ 一致收敛到零，实现无偏估计。

4. 参数辨识降低转矩波动

在永磁同步电机（PMSM）中，电磁转矩由以下公式决定

$$T_e = \frac{3}{2} p (\psi_f I_q + (L_d - L_q) I_d I_q) \quad (44)$$

该模型可拆分为两部分：永磁转矩分量和磁阻转矩分量。转矩的准确输出依赖于电流控制精度及电感参数的匹配程度。

然而，在高负载或磁饱和状态下， L_d 与 L_q 呈现明显的非线性特性，具体表现为

$$\frac{\partial L_d}{\partial I} < 0, \quad \frac{\partial L_q}{\partial I} < 0 \quad (45)$$

该非线性变化使得固定参数下的控制系统难以维持精确的建模匹配，导致电流环动态响应滞后，进而引发电磁转矩的显著波动。

为进一步分析电感变化对转矩输出的影响，对电磁转矩关于电感参数求偏导得

$$\frac{\partial T_e}{\partial L_d} = \frac{3}{2} p I_d I_q, \quad \frac{\partial T_e}{\partial L_q} = -\frac{3}{2} p I_d I_q \quad (46)$$

可见，在 I_d 、 I_q 较大的运行区间，转矩对 I_d 与 I_q 的偏导值较大，意味着即使是微小的电感误差亦会被放大，造成较大的转矩扰动。考虑实际电感 $L_d = L_{d0} + \Delta L_d$ ， $L_q = L_{q0} + \Delta L_q$ 其中 L_{d0} 、 L_{q0} 为标称值， ΔL_d 、 ΔL_q 为识别误差，则转矩扰动为

$$\Delta T_e \approx \frac{3}{2} p I_d I_q (\Delta L_d - \Delta L_q) \quad (47)$$

此外，考虑PMSM电压方程，若控制器使用静态电感值参与PI控制设计，则在电感实际变化下，模型误差将引起误差电压项为

$$\Delta u_d = \Delta L_d \frac{dI_d}{dt} + I_d \frac{d(\Delta L_d)}{dt} \quad (48)$$

该电压误差直接导致 I_d 、 I_q 的跟踪精度下降，电流控制延迟叠加磁阻转矩误差，引起周期性转矩波动，表现为系统在稳态或动态条件下产生高频扰动与震荡。

实验结果

为验证所提方法的有效，搭建实验平台进行电机相关参数的辨识。实验平台如图2所示。实验设备包括永磁同步电机一台为主电路单元，快控设备与逆变器组成主要控制单元，示波器及噪声传感器作为检测单元。

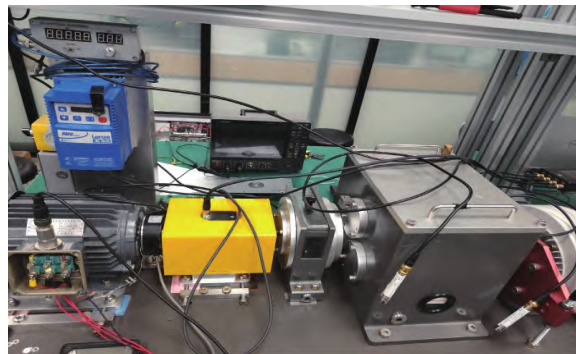


图2 实验平台图

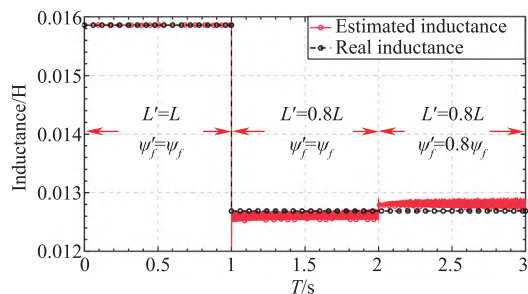
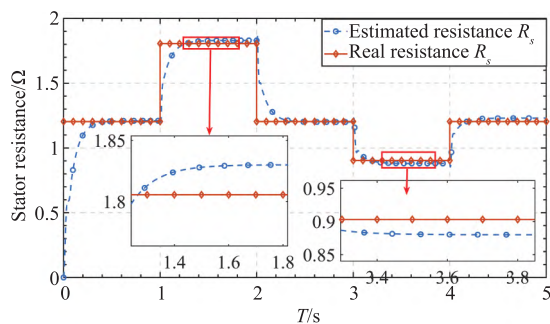


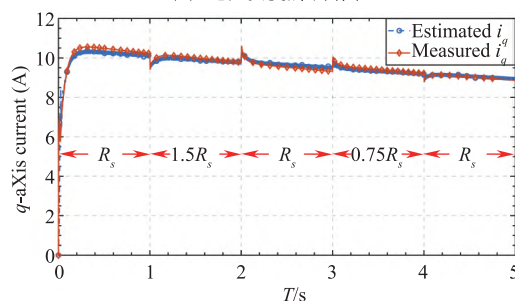
图3 电感辨识结果

电感辨识图显示，自适应递归最小二乘辨识可以实现高精度的参数辨识，并且在第二次跳跃（ $t=2$ s）时，永磁磁链的突然变化对电感的辨识几乎没有影响，当收到内部参数急剧变化干扰时，算法对新数据泛化能力较强。如图3所示。

电阻在实际运行中因为电机自身产热或者外界条件影响而产生变化明显的重要参数，此处由所提辨识策略对突变的电阻进行辨识且与实际的电阻值进行比较，设置四次突变以考验在算法对参数变化的跟随程度，在每隔1 s的突变中辨识策略获得了较好的跟随效果，准确度也较高，同时在考虑到由于电阻突变可能导致的定子电流突变，对 q 轴电流做了与电阻同周期的辨识，结果显示在电阻变化时，对 q 轴电流的辨识效果不随电阻变化而产生负面影响。如图4~图6所示。



(a) 电阻突变辨识结果



(b) q 轴电流辨识结果

图4 不同策略下的辨识结果

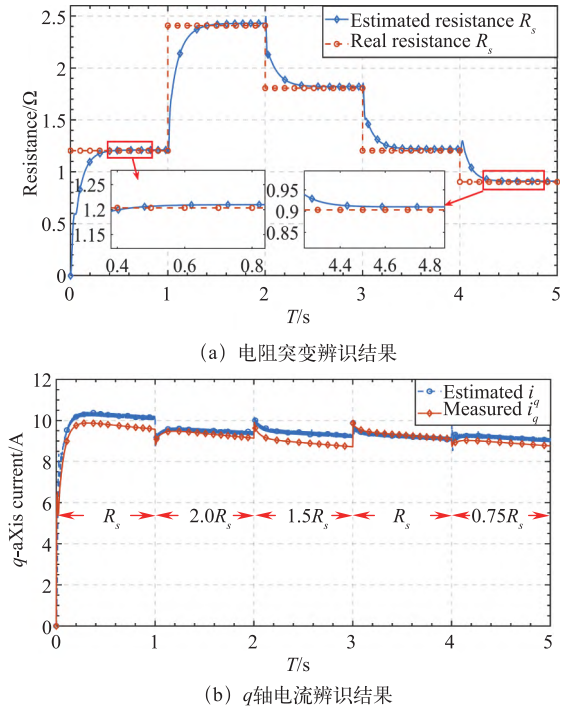


图5 不同策略下的辨识结果

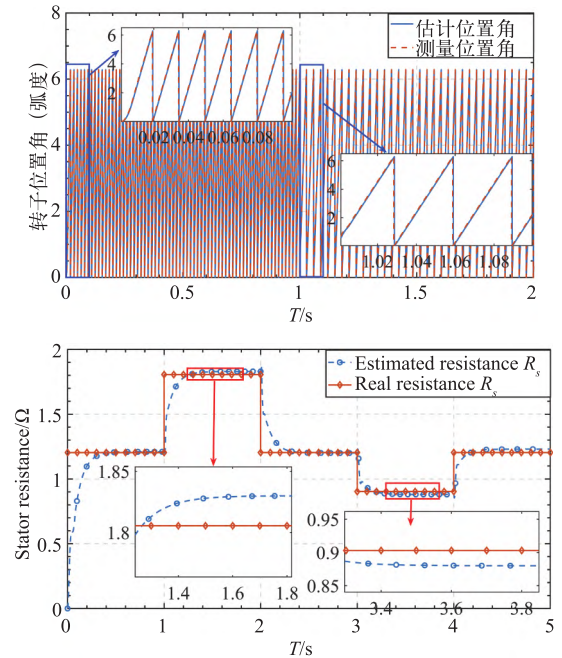


图6 定子电阻保持1.204 Ω 不变下的仿真实验位置角估计

我们在固定电阻之后对位置也进行估测,以获得精确地转子位置验证算法的高效性,估计误差约为 $\pm 1^\circ$ 。

在实际工程应用中,随着环境温度的提升,定子电阻也会逐渐增大。因此,定子电阻的变化通常被视为干扰项。本节为验证所提 d 轴变结构电流控

制器的鲁棒性,设置了两组电阻发生大范围阶跃突变的仿真实验,其初始值均设置为实验平台所测得的1.204 Ω ,但指令转速保持在1 000 r/min不变。转速估计、位置角估计和定子电阻辨识功能,相关仿真实验结果如图5所示。

测量电阻代表定子电阻的变化过程,遵循1.204 Ω (100%) $\rightarrow$ 1.806 Ω (150%) $\rightarrow$ 1.204 Ω (100%) $\rightarrow$ 0.842 8 Ω (70%) $\rightarrow$ 1.204 Ω (100%),图5a为相应的电阻辨识结果,图5b为相应的转速估计。可以看出,自适应递归最小二乘法的电阻辨识具有较高的准确度,且与 d 轴PI电流调节器相比, d 轴变结构电流控制器下的速度下冲和超冲更小。本文所有的仿真实验都是基于MATLAB/Simulink仿真平台,需要注意的是,真实参数来源于TYCD-112M-2系列的4 kW三相永磁同步电机。如图7所示。

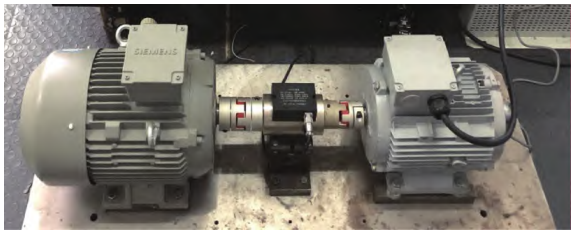


图7 电机对拖平台

本文以动态遗忘因子的RLS作为辨识理论,比较了遗忘因子 λ 分别在1、 λ_{AP} 、0.985、0.975、0.965四种情况下的参数辨识结果与辨识误差的对比情况,其辨识结果见表2。

表2 不同遗忘因子的参数辨识情况

λ	$\hat{R}_s$	R_s	E_R	$\hat{\psi}$	ψ	E_ψ
1	2.896	2.875	0.733	0.173	0.175	0.687
λ_{AP}	2.874	2.875	0.026	0.173	0.175	0.608
0.985	2.87	2.875	0.161	0.174	0.175	0.301
0.975	2.865	2.875	0.325	0.174	0.175	0.342
λ	$\hat{L}_d$	L_d	E_{Ld}	$\hat{L}_q$	L_q	E_{Lq}
1	8.37×10^{-3}	8.5×10^{-3}	1.4650	8.41×10^{-3}	0.0085	1.0280
λ_{AP}	8.39×10^{-3}	8.5×10^{-3}	1.2350	8.5×10^{-3}	0.0085	0.0218
0.985	8.43×10^{-3}	8.5×10^{-3}	0.7242	8.51×10^{-3}	0.0085	0.1415
0.975	8.36×10^{-3}	8.5×10^{-3}	1.6400	8.51×10^{-3}	0.0085	0.2000

λ 是遗忘因子的值、 R_s 、 ψ 、 L_d 、 L_q 分别是电枢绕组、永磁磁链、直轴电感与交轴电感; E_R 、 E_ψ 、

E_{Ld} 、 E_{Lq} 分别是电枢绕组辨识误差、磁链辨识误差、直轴电感辨识误差与交轴电感辨识误差，其单位均为%；符号“^”代表 R_s 、 ψ 、 L_d 、 L_q 对应的辨

识值。

参数辨识收敛速度在不同遗忘因子下的比较如图8所示。

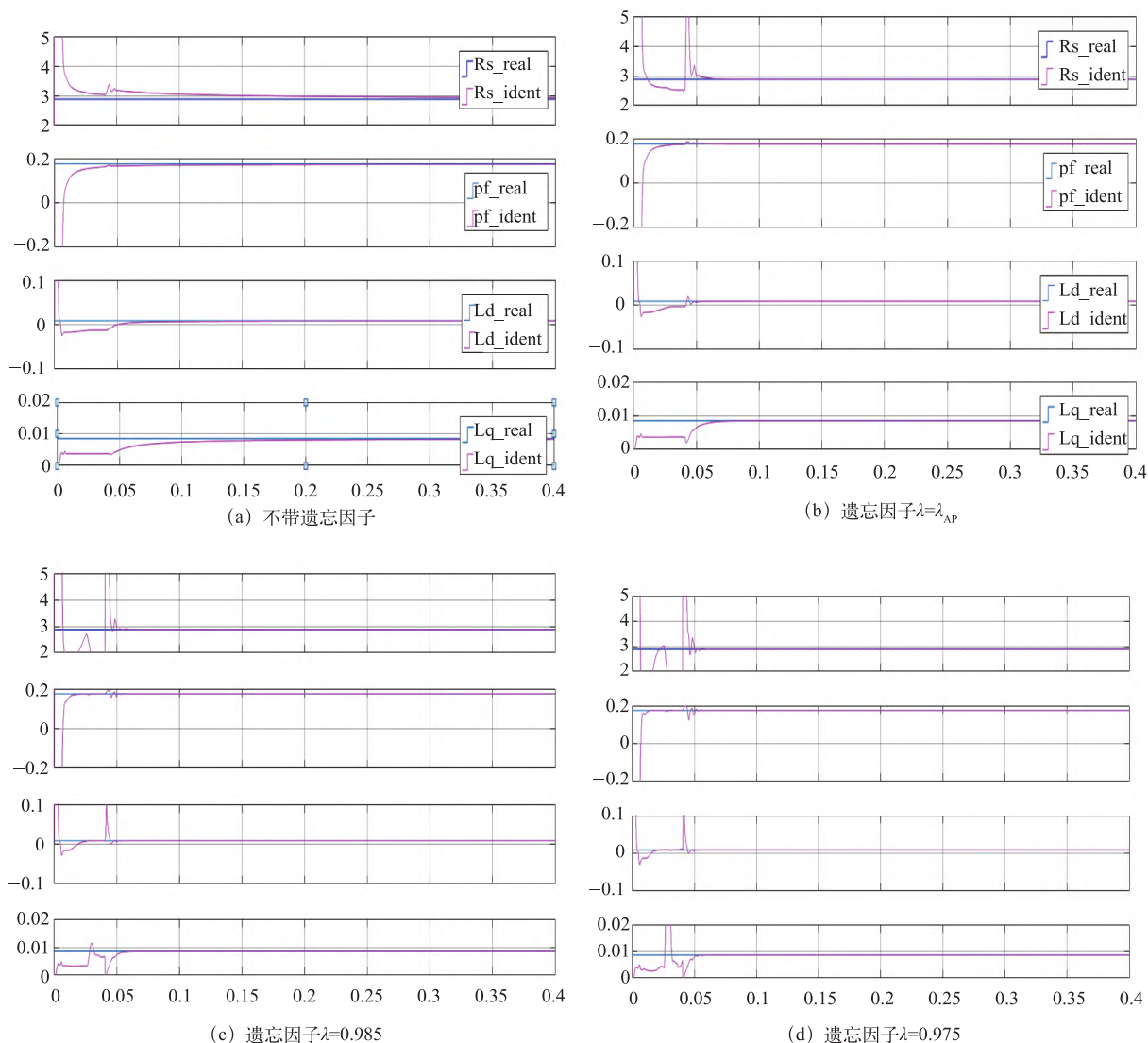


图8 不同遗忘因子下的参数辨识收敛速度

由表2可知，在仿真时间 $t=0.4$ s下永磁同步电机四个参数的辨识结果和参考值非常接近，最大辨识误差仅为2.1% (L_d error)。最大辨识误差仅为1.4% (L_d error)。另外，当遗忘因子 λ 从1变为 λ_{AP} 时，参数辨识方法即从递推最小二乘法进化为带自适应遗忘因子的最小二乘法，辨识精度又有了进一步提高：在干扰信号影响下最大辨识误差仅为1.2% (L_d error)，考虑干扰后最大辨识误差仅为0.57% (L_d error)。另外，比较了不带遗忘因子、遗忘

因子 $\lambda=\lambda_{AP}$ 、遗忘因子 $\lambda=0.985$ 与遗忘因子 $\lambda=0.975$ 下四种情况的收敛速度。其中， $\lambda=0.975$ 的情况，波动最大，跟随速度较快， $\lambda=0.985$ 时速度较慢，波动较小。由图10可知，当遗忘因子 λ 越小，在稳态状况下电机系统辨识结果的精度会相应变差、仿真初始时振荡也会变大但参数收敛速度会相应变快，而动态遗忘因子在考虑残差之后对整个辨识效果的两方位都有所提升，即保留了低因子的跟随效果，又保留了高因子的辨识准确度。

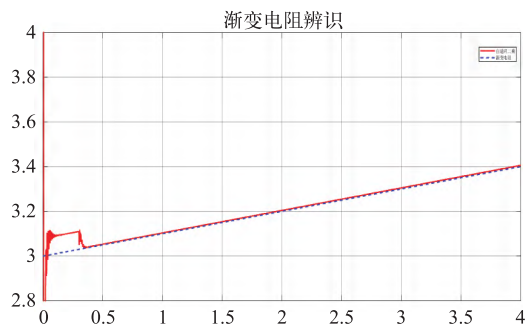


图9 渐变电阻下的自适应遗忘因子最小二乘法辨识

考虑到温度升高对电阻的影响,验证对渐变参数的跟随能力,设计辨识渐变电阻如图10所示。考虑到一般温升电阻机理以 $R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$ 一阶方程确立,所以将实际的电阻温升设计为线性缓慢上升,再利用自适应遗忘因子最小二乘法对其进行跟随辨识,结果显示对温升电阻的辨识达到稳定,未出现辨识不收敛现象,验证了算法的泛化能力。

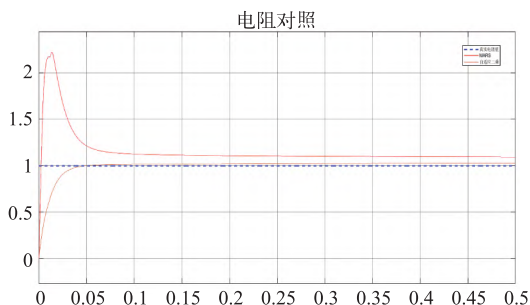


图10 辨识效果对照

在对照实验中,设计采取模型参考自适应算法对电阻进行对照辨识,采取固定电阻对照算法的试验方法,其中自适应遗忘因子最小二乘法在快速性,精确性方面都有较好的表现,相对体现了自适应遗忘因子最小二乘法与其他算法的优点。

本文所得到的参数辨识结果也在转矩优化中获得较好效果。

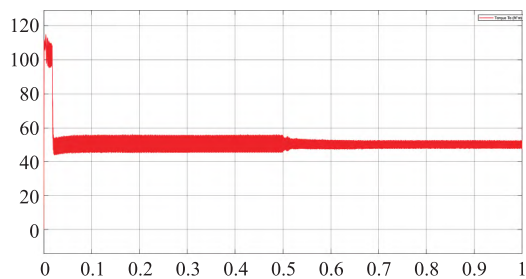


图11 转矩优化

通过辨识出来的电机参数实现对电机的转矩补

偿,在图11中可以看到,当转矩达到较稳定状态后,0.5 s之后采取所提方法对电机进行转矩优化,可以看到显著降低了电机的转矩波动,转矩相对波动由原本10%降低到4%。

结束语

本文通过分析永磁同步电机的数学模型,改进了最小二乘法,凭借辨识残差对实时数据进行选择,实时调整对辨识结果的

收敛速度,对解决使用最小二乘法可能出现的数据饱和与干扰信息影响系统鲁棒性的问题,提升了辨识方法的抗干扰性。

相较于RLS算法和FF-RLS算法,自适应遗忘因子的引入没有加入新的状态量,提升了算法整体的灵活性与抗干扰能力。最后,通过在MATLAB与实际平台对方法的实验,验证自适应遗忘因子最小二乘法提升辨识准确度。

在进行温升导致的缓慢定子电阻变化状况下的较复杂情况辨识也能做到较好的跟随性,与其他辨识算法进行对比,其时间效应较好,精度高,相对实验中的对比辨识算法具有一定优势。**EA**

(收稿日期: 2025-7-10)

参考文献

- [1] Y. Yu, X. Huang, and Z. Li, "Overall Electrical Parameters Identification for IPMSMs Using Current Derivative to Avoid Rank Deficiency," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 70, no. 7, pp. 7515–7520, July 2023.
- [2] L. Cao, X. Fan, D. Li, W. Kong, R. Qu, and Z. Liu, "Improved LPTN-Based Online Temperature Prediction of Permanent Magnet Machines by Global Parameter Identification," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 70, no. 9, pp. 8830–8841, Sept. 2023.
- [3] H. Yang, X. Huang, and Y. Zhang, "Full-Speed Domain Parameter Identification of Surface-Mounted PMSLM Based on Dual Axis Injection," *IEEE Journal of Emerging and*

- Selected Topics in Power Electronics, vol. 12, no. 4, pp. 3775–3783, Aug. 2024.
- [4] CHEN. L, SUN X, JIANG H, et al. Highperform-ance control of a permanent magnet synchronous motor for electric vehicle applications[J]. Journal of Computational and Theoretical Nano Science, 2014, 11(3) : 706.
- [5] ZHU Y, CHENG M, HUA W, et al. Sensor less control strategy of electrical variable transmission machines for wind energy conversion system[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2013, 49 3383.
- [6] 王旭东, 李鑫, 周凯, 等. 一种永磁同步电机总谐波电流抑制方法[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2016, 21(5) : 51 – 55.
- [7] Ullah K, Guzinski J, Mirza A F. Critical review on robust speed control techniques for permanent magnet synchronous motor (PMSM) speed regulation[J]. Energies, 2022, 15(3): 1235.
- [8] Zhou S, Wang D, Li Y. Parameter identification of permanent magnet synchronous motor based on modified-fuzzy particle swarm optimization[J]. Energy Reports, 2023, 9: 873-879.
- [9] ILIOUDIS V C, MA R GA R IS N I. Flux weakening method for sensorless PMSM control using torque decoupling technique [C] 2010 First Symposium on Sensor less Control for Electrical Drives (SLED) , IEEE, 2010: 32–39.
- [10] Odhano S A, Bojoi R, Popescu M, et al. Parameter identification and self-commissioning of AC permanent magnet machines-A review[C]//2015 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD). IEEE, 2015: 195-203.
- [11] 谢新民, 丁锋. 自适应控制系统[M]. 北京: 清华大学出版设, 2002. C V Jones. Unified theory of electrical machines[M].]. Butter worth, London, 1967.
- [12] Zhou Y, Wang H, Lian J. Research on online parameter identification of interior permanent magnet synchronous motor based on augmented robust forgetting factor recursive least square[J]. Transactions on Emerging Telecommunications Technologies, 2020, 31(12): e3996.
- [13] Majdoubi R, Masmoudi L, Bakhti M, et al. Parameters estimation of BLDC motor based on physical approach and weighted recursive least square algorithm[J]. International Journal of Electrical & Computer Engineering (2088-8708), 2021, 11(1).
- [14] Shi Y, Sun K, Huang L, et al. Online identification of permanent magnet flux based on extended Kalman filter for IPMSM drive with position sensorless control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 59(11): 4169-4178.
- [15] LIU L, CARTES D A. Synchronisation based adaptive parameter identification for permanent magnet synchronous motors[J]. Control Theory & Applications, IET, 2007, 1(4) : 1015.
- [16] AN, Quntao SUN Li, On-line parameter identification for vector controlled PMSM drives using adaptive algorithm[C]IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC) , 2008, Harbin, China. 2008: 1-6.
- [17] 宋词, 王东文, 陈雪松, 等. 永磁同步电机伺服系统的自适应 PI 调节器控制[J]. 电力电子技术, 2013 (4) : 24.
- [18] 陶大锦, 柯大观, 袁柳斌, 等. 直线伺服系统模型参数辨识及其实验研究[J]. 中国机械工程, 2013, 24(7) : 915.
- [19] OMRANE I, ETIEN E, BACHELIERO, et al. A simplified least squares identification of permanentmagnet synchronous motor parameters at standstill [C] Industrial Electronics Society, IECON 2013-39th Annual Conference of the IEEE, 2013: 2578–2583.
- [20] 刘金海, 陈为. 表贴式永磁同步电机准稳态多参数在线辨识[J]. 电工技术学报, 2016, 31(17) : 155.